

Федеральное агентство по образованию
Иркутский государственный университет



А. Ю. Филатов

***Задачи иркутских
экономических олимпиад
с решениями***

(издание второе)

Сборник задач

Иркутск – 2007

УДК 373.167.1:330
ББК 65.01я721

Рецензенты: д-р техн. наук, проф. Зоркальцев В. И.
(зав. кафедрой математической экономики ИМЭИ ИГУ),
канд. физ.-мат. наук Бокмельдер Е. П.
(доцент кафедры математического анализа ИМЭИ ИГУ),

Филатов А. Ю. Задачи иркутских экономических олимпиад с решениями
(издание второе): сб. задач. – Иркутск: Иркут. ун-т, 2007.
– 19 с.

В сборнике собраны задачи, составленные и предложенные автором на Иркутских городских олимпиадах школьников по экономике в 2001–2003 годах. Задачи сопровождаются решениями. Более сложные задачи отмечены звездочкой, наиболее трудные и требующие специальной подготовки – отмечены двумя звездочками.

Сборник предназначен для преподавателей экономики средних общеобразовательных школ, средних специальных учебных заведений и вузов. Также будет полезен старшеклассникам и студентам, изучающим начальные курсы по микро- и макроэкономике.

© Филатов А.Ю., 2007

© Иркутский государственный университет, 2007

Александр Юрьевич Филатов,
e-mail: fial@irlan.ru, ICQ 10793366

Другие авторские разработки в области математической экономики выложены на сайтах
http://polnolunie.baikal.ru/me/mat_ec.htm
<http://matec.isu.ru>
http://fial_.livejournal.com

Подписано в печать 8.11.2007. Формат 60×90 1/16.
Бумага писчая белая. Печать офсетная. Уч.-изд. л. 1,2. Тираж 200 экз.

Редакционно-издательский отдел
Иркутского государственного университета
664003, Иркутск, бул. Гагарина, 36

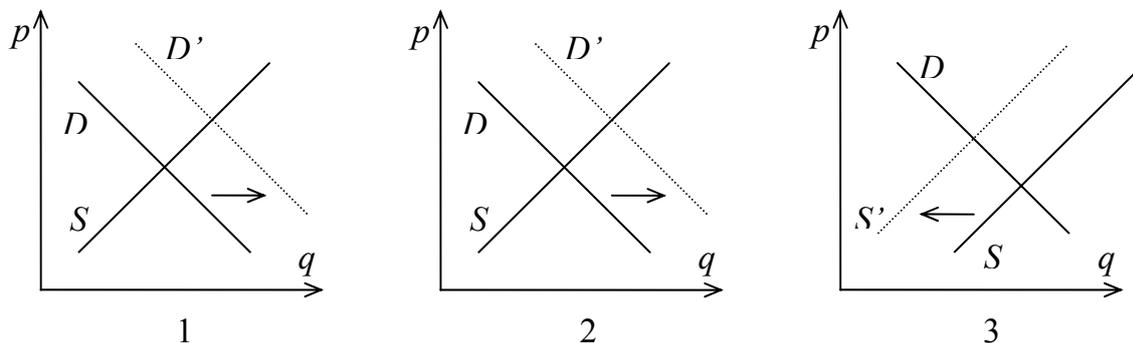
1. Спрос, предложение, эластичность, выручка

Задача 1

Проанализируйте влияние описанных ниже событий на рынок яблок. Укажите, как изменилась цена и объем продаж. Проиллюстрируйте произошедшие изменения с помощью графиков.

- 1) Ученые обнаружили, что тот, кто съедает хотя бы одно яблоко каждый день, никогда не болеет.
- 2) Втрое выросла цена апельсинов.
- 3) Вследствие засухи резко сократился урожай яблок.

Решение:



- 1) Заявление ученых стимулирует увеличение спроса на яблоки. **Увеличивается цена и объем продаж.**
- 2) Поскольку апельсины и яблоки являются товарами-заменителями, после увеличения цены апельсинов многие потребители переходят на яблоки. Спрос возрастает. **Увеличивается цена и объем продаж.**
- 3) Неурожай означает уменьшение предложения яблок. Из этого следует, что **объем продаж уменьшится, а цена возрастет.**

Задача 2

Пусть p - цена (в тыс.руб.), а q - количество товара (в тыс.шт.). Среди следующих зависимостей найти функции спроса и предложения. Почему именно эти функции?

- a) $q = p - 1$;
- b) $p = 5 - q / 10$;
- c) $q = (p + 1)(p - 1 - p^2)$;
- d) $q = (p - 1)(p^2 + p + 1)$.

Решение:

Функция спроса - убывающая (при росте цены количество уменьшается).

Функция предложения - возрастающая (при росте цены количество увеличивается).

Кроме того, должны быть значения цены, при которых количество положительно.

- a) $q = p - 1$ - функция предложения;
- b) $p = 5 - q / 10$ (что эквивалентно $q = 50 - 10p$) - функция спроса;
- c) $q = (p + 1)(p - 1 - p^2) = -p^3 - 1 < 0$ при любых неотрицательных значениях цены - не является ни функцией спроса, ни функцией предложения;
- d) $q = (p - 1)(p^2 + p + 1) = p^3 - 1$ - функция предложения.

Задача 3

Определить функцию суммарного спроса на основании данных об индивидуальном спросе:

$$q_1 = 100 - 5p \text{ при } p \leq 20 \text{ и } q_1 = 0 \text{ при } p > 20;$$

$$q_2 = 80 - 8p \text{ при } p \leq 10 \text{ и } q_2 = 0 \text{ при } p > 10;$$

$$q_3 = 56 - 4p \text{ при } p \leq 14 \text{ и } q_3 = 0 \text{ при } p > 14;$$

$$\text{Ответ: } Q = \begin{cases} 236 - 17p, & p \in [0; 10); \\ 156 - 9p, & p \in [10; 14); \\ 100 - 5p, & p \in [14; 20); \\ 0, & p \geq 20. \end{cases}$$

Задача 4

Подорожала бумага. После этого и средняя цена, и тиражи газет изменились на 10%. Как и насколько изменилась выручка издателей газет, если все отпечатанные экземпляры распродаются?

А) уменьшилась на 1%

В) не изменилась

С) увеличилась на 1%

Д) увеличилась на 20%

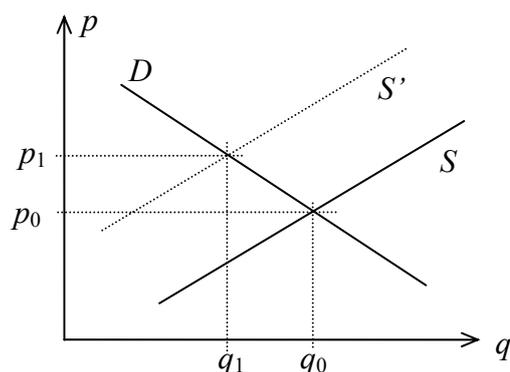
Решение:

Поскольку бумага является сырьем для производства газет, ее подорожание ведет к сдвигу кривой предложения газет влево (от S к S'). Соответственно точка равновесия перемещается таким образом, что новая равновесная цена больше старой, а новое равновесное количество меньше старого: $p_1 = 1,1p_0$, $q_1 = 0,9q_0$.

Выручка издателей составляла $R_0 = p_0q_0$.

После изменения цен она стала равной $R_1 = 1,1p_0 * 0,9q_0 = 0,99p_0q_0 = 0,99R_0$, то есть уменьшилась на 1%.

Ответ: А.

**Задача 5**

Известно, что при бесплатном входе на матч “Сибсканы” придет 30 тыс. болельщиков, а увеличение цены билета на каждый рубль сокращает их число на 300 человек. Какую цену за билет должен установить организаторы, если они хотят максимизировать выручку?

А) 10 руб.

В) 30 руб.

С) 50 руб.

Д) 100 руб.

Решение:

Спрос на билеты в зависимости от цены выражается функцией $q_D = 30000 - 300p$.

Выручка организаторов равна числу проданных билетов, умноженному на цену билета, ее надо максимизировать:

$$(30000 - 300p)p \rightarrow \max$$

Подсчитываем производную и приравниваем ее к нулю.

$$30000 - 600p = 0, \quad p = 50 \text{ руб.}, \quad q = 30000 - 300 * 50 = 15000.$$

Ответ: С. Цена билета 50 руб., при этом на матч придет 15000 болельщиков.

Задача 6

Может ли рост цены на 10% привести к росту выручки на 12,5%? Может ли выручка возрасти на 12,5% при понижении цены на 10%? Насколько должен в каждом случае (если это возможно) измениться объем продаж? Все прочие факторы считать неизменными. Предположить отсутствие дефицита.

Решение:

При повышении цены объем продаж уменьшается. Поэтому выручка возрастает меньше, чем цена, то есть **первое невозможно**.

Найдем, как должен измениться объем продаж для реализации второй ситуации. Пусть старые цена и объем продаж p_1 и q_1 , а новые - p_2 и q_2 . Поскольку цена понизилась на 10%, $p_2 = 0,9p_1$. Поскольку выручка возросла на 12,5%, $p_2q_2 = 1,125p_1q_1$, $q_2 = 1,125p_1q_1/p_2 = 1,125p_1q_1/0,9p_1 = 1,25q_1$. Объем продаж должен во втором случае **вырасти на 25%**.

Задача 7

Проранжируйте блага по ценовой эластичности спроса - для какого из них эластичность по абсолютной величине будет минимальна, для какого больше, еще больше и, наконец, самая большая: **одежда, молоко, соль, ресторанные блюда**. Объясните ответ.

Решение:

Самая низкая по абсолютной величине эластичность у соли - это товар первой необходимости, заменители полностью отсутствуют, расходы на соль занимают крайне малую долю в семейном бюджете, поэтому даже резкое увеличение цены практически не повлияет на объем потребления.

Чуть выше эластичность молока - поскольку доля расходов на молоко несколько больше. Тем не менее адекватных заменителей молока нет, и существенного сокращения потребления не будет даже при значительном повышении цены.

Эластичность спроса на одежду еще выше. При подорожании многие начинают покупать одежду в более дешевых магазинах или перешивать старые вещи.

Наиболее высокая эластичность - у ресторанных блюд. Это товар роскоши. При подорожании большинство людей в состоянии отказаться от данного блага.

Ответ: соль, молоко, одежда, ресторанные блюда.

Задача 8

Производители телевизоров перепрофилировали часть мощностей предприятий на выпуск компьютерных мониторов. Это привело к росту средней цены на телевизоры с 5000 до 5500 руб. По старым ценам производители еженедельно реализовывали 10000 телевизоров. Сколько телевизоров в неделю продается по новым ценам, если известно, что коэффициент ценовой эластичности спроса на телевизоры равен 2,5?

A) 4000

B) 7500

C) 8750

D) 12500

Решение:

Эластичность показывает отношение процентного изменения спроса к процентному изменению цены. Цена увеличилась на 10%. Следовательно, спрос должен упасть на $2,5 * 10\% = 25\%$. То есть по новым ценам продается **7500 телевизоров**.

Ответ: B.

Задача 9*

Малое предприятие “Сладкая жизнь” ежедневно выпекает торты в объеме $q_S = 3p - 150$, где p - цена торта в руб. Ежедневный объем спроса составляет $q_D = 150 - p$. Каким образом изменится равновесный объем продаж и равновесная цена торта, если государство примет решение взимать с каждого проданного торта налог в размере 8 руб.?

Решение:

Найдем равновесную точку в начальной ситуации, приравняв объем спроса и объем предложения:

$$\begin{aligned} 3p - 150 &= 150 - p, \\ p^* &= 75, q^* = 75. \end{aligned}$$

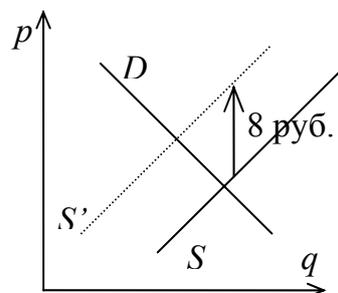
После введения налога уменьшается предложение тортов, поскольку теперь производитель получает не всю цену p , а величину $p - 8$

$$q_S = 3(p - 8) - 150 = 3p - 174.$$

С потребителем же ситуация остается прежней. Приравняв спрос и предложение, найдем новую равновесную точку:

$$\begin{aligned} 3p - 174 &= 150 - p, \\ p^{**} &= 81, q^{**} = 69. \end{aligned}$$

Ответ: цена возрастет на 6 руб., объем продаж сократится на 6 тортов в сутки.

**Задача 10***

В регионе, где выращивалась половина всей пшеницы, из-за плохих погодных условий урожай по сравнению с прошлым годом сократился на 20%. В других регионах урожай остался на прошлогоднем уровне. Как изменится совокупная выручка всех фермеров, если ценовая эластичность спроса на зерно составляет -0,5?

Решение:

$q_2 = \frac{1}{2}q_1 + 0,8 * \frac{1}{2}q_1 = 0,9q_1$, то есть урожай пшеницы сократился на 10%, $\Delta q = -0,1q_1$.

Ценовая эластичность спроса равна -0,5.

Отсюда $\frac{\Delta q}{q_1} / \frac{\Delta p}{p_1} = -0,5$, $\frac{\Delta p}{p_1} = \frac{-0,1}{-0,5} = 0,2$. Цена пшеницы возросла на 20%, $p_2 = 1,2p_1$.

Совокупная выручка фермеров стала равной $TR_2 = 1,2p_1 * 0,9q_1 = 1,08p_1q_1 = 1,08TR_1$, то есть **выросла на 8%**.

Ответ: совокупная выручка фермеров выросла на 8%.

Задача 11**

В процессе исследования рынка, проведенного АО “ИзНаКурНож”, было установлено, что ценовая эластичность спроса на новую модель ступы составляет -2,2222, эластичность спроса от доходов покупателей равна 2, а эластичность спроса от цены ковров-самолетов равна 0,5. Аналитики предсказывают, что из-за событий на Ближнем Востоке цены на ковры-самолеты в будущем году возрастут в 1,4 раза. Одновременно в связи с переизбранием на тысячный срок Кашея Бессмертного ожидается рост доходов населения на 2,5%. Как АО “ИзНаКурНож” должно изменить цену на новую модель ступы, чтобы добиться увеличения объема продаж в будущем году на 40%?

Решение:

Увеличение доходов населения на 2,5% приведет к увеличению спроса на ступы на $2,5\% \cdot 2 = 5\%$, то есть в 1,05 раза.

Рост цен на ковры-самолеты в 1,4 раза повлечет за собой увеличение спроса на ступы на $40\% \cdot 0,5 = 20\%$, то есть в 1,2 раза.

И наконец, изменение цены на новую модель ступы на $x\%$ должно изменить спрос на $-2,2222x\%$, то есть в $(1 - 0,02222x)$ раза.

Суммарно это должно дать увеличение объема на 40%, то есть в 1,4 раза. Найдём x :

$$1,05 \cdot 1,2 \cdot (1 - 0,02222x) = 1,4,$$

$$1 - 0,02222x = 1,4 / 1,05 / 1,2 = 1,11111,$$

$$x = -5.$$

Ответ: АО “ИзНаКурНож” должно понизить цены на 5%.

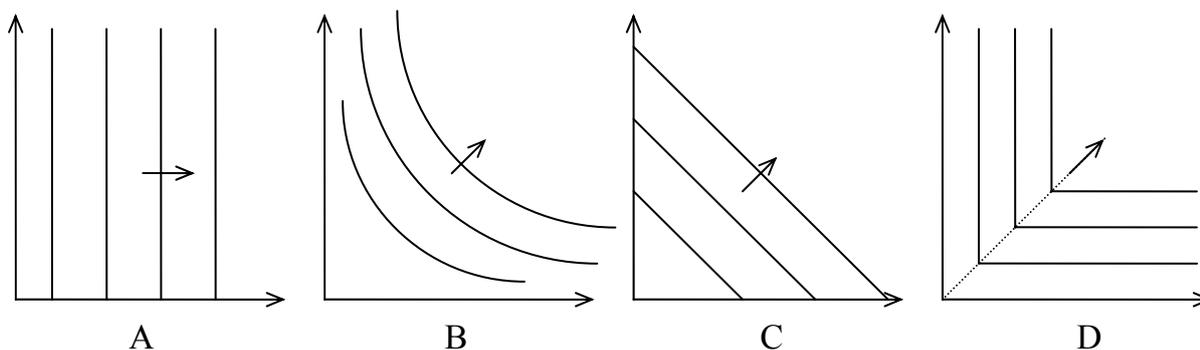
2. Потребительский выбор

Задача 12

На графиках изображены Колины кривые безразличия для следующих пар товаров:

- 1) “Пепси-кола” и “кока-кола”, если Коля не чувствует разницу между ними;
- 2) Плюшки и сок, если Коля любит и то, и другое;
- 3) Лыжи и крепления, если Коля любит ходить на лыжах, причем, по возможности, в компании;
- 4) Компьютерные игрушки и куклы, если Коля совершенно равнодушен к куклам.

Поставьте каждому набору товаров в соответствие один из графиков. Объясните.

**Ответы:**

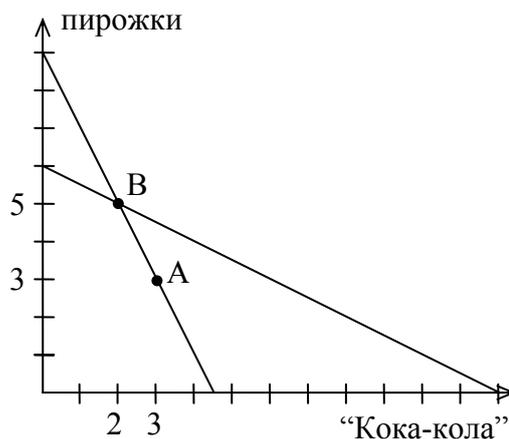
- 1) C, товары - совершенные заменители, кривые безразличия - прямые.
- 2) B, стандартный вид кривых безразличия.
- 3) D, совершенные дополняющие товары. Например, если у Коли есть только одна пара лыж, то любое количество пар креплений, превышающее 1, не добавит ему полезности - он вынужден будет пойти один.
- 4) A, куклы, расположенные по оси ординат, - безразличное благо. В то же время увеличение числа компьютерных игрушек повышает полезность набора.

Задача 13

Мама дает Пете 45 рублей в неделю, которые тот тратит на “кока-колу” и пирожки. Ведя себя рационально, Петя покупает за неделю 3 бутылки “кока-колы” по 10 руб. и 3 пирожка по 5 руб. На следующий год мама стала давать Пете 60 рублей в неделю. При этом изменились цены на продукты: “кока-кола” подешевела до 5 руб. за бутылку, а пирожки стали стоить 10 руб. Петя стал покупать 2 бутылки “кока-колы” и 5 пирожков в неделю. Можно ли сделать выводы о его рациональном или нерациональном поведении? Объясните.

Решение:

На графике изображены бюджетные ограничения для первой и второй ситуации. Набор А(3;3) для Пети предпочтительнее, чем В(2;5), поскольку в ситуации 1, где доступны оба набора, Петя, ведя себя рационально, выбирает А. Во второй ситуации оба набора по-прежнему доступны, следовательно, В не может быть рациональным выбором, так как имеется, как минимум, лучший выбор А.



Ответ: поведение нерационально.

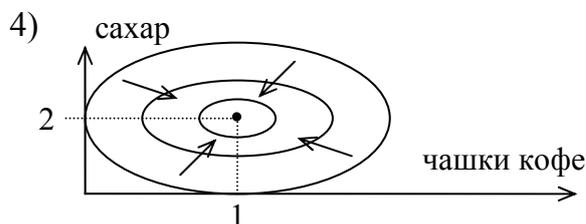
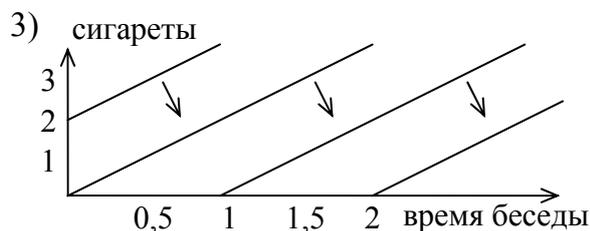
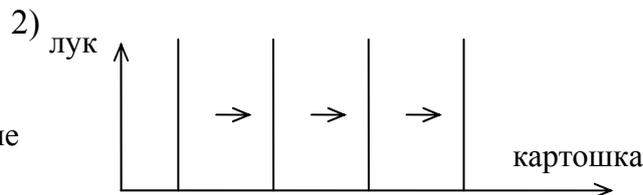
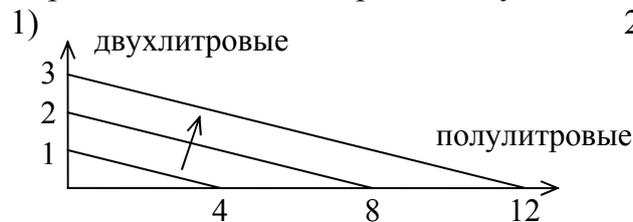
Задача 14*

Нарисуйте индивидуальные кривые безразличия для двух товаров для следующих ситуаций:

- 1) Маша очень любит “Фанту”, но ей абсолютно все равно, из каких бутылок ее пить, из полулитровых или двухлитровых.
- 2) Саша обожает жареную картошку, совершенно независимо от того, с каким количеством лука она поджарена.
- 3) Антон желает поговорить со своим другом Андреем, но не выносит табачного дыма. Хотя ради лишнего полчаса беседы он готов вытерпеть одну выкуренную Андреем сигарету.
- 4) Аня привыкла пить утром одну чашку кофе с двумя ложками сахара, и очень не любит любых отклонений от привычного распорядка. Чем больше эти отклонения, тем хуже.

Ответы - на графиках.

Стрелкой показано направление увеличения полезности.



Задача 15*

Николай Павлович тратит в месяц до 100 руб. на покупку сахара и чая. Причем сахар в количестве до 2 кг он может купить у себя на работе по льготной цене 10 руб./кг. Если ему 2 кг недостаточно, он может пойти в магазин и купить там сахар по цене 20 руб./кг. Пачка чая стоит в магазине 10 руб. Изобразите на графике бюджетное ограничение Николая Павловича. Найдите для Николая Павловича оптимальный потребительский набор, если функция полезности для него имеет вид $u(x, y) = xy$, где x - потребление сахара, в кг, а y - потребление чая, в пачках.

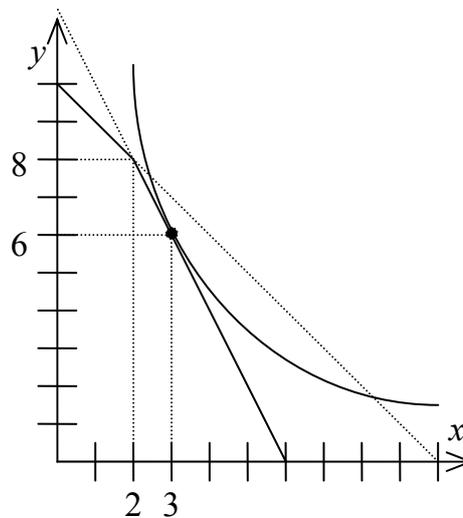
Решение:

При $x \leq 2$ бюджетное ограничение будет выглядеть $10x + 10y \leq 100$. Если же Николай Павлович покупает больше 2 килограммов сахара, ситуация эквивалентна той, когда Николаю Павловичу дают дополнительно 20 руб., но весь сахар он покупает в магазине. Бюджетное ограничение следующее: $20x + 10y \leq 120$. Точка излома: (2;8).

Найдем теперь оптимальный потребительский набор. При более широком множестве покупательских возможностей $20x + 10y \leq 120$ оптимум достигается при $y = 12 - 2x$, функция полезности примет вид $xy = x(12 - 2x) \rightarrow \max, 12 - 4x = 0, x^* = 3, y^* = 6$.

Точка (3;6) удовлетворяет условию $x \geq 2$. Таким образом, она будет решением и нашей задачи. Достигнутая Николаем Павловичем полезность: $u(3;6) = 3 \cdot 6 = 18$.

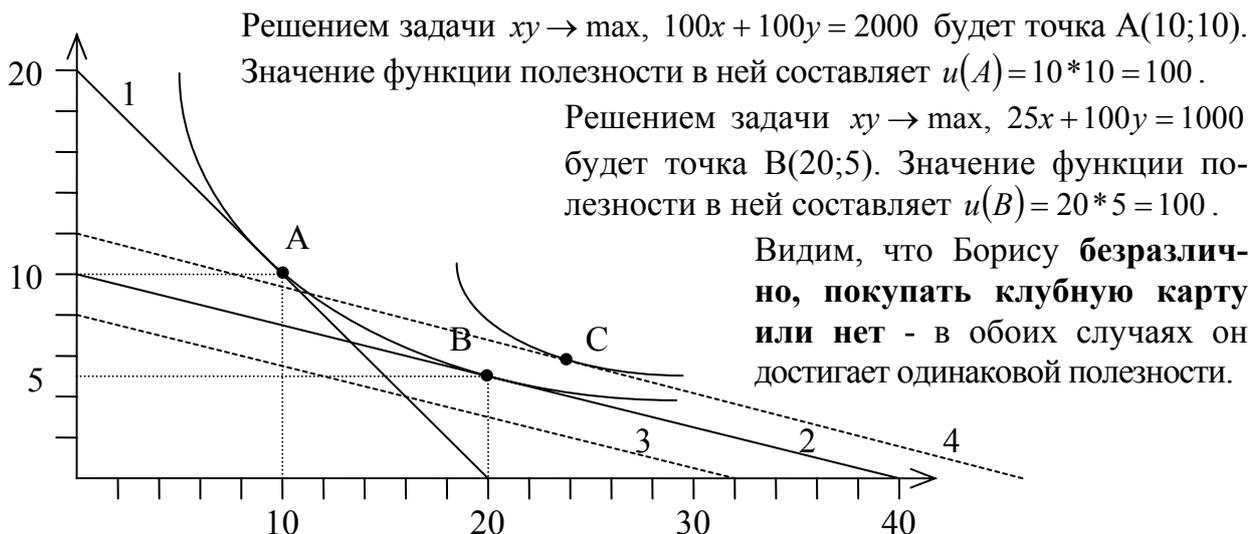
Ответ: $x^* = 3, y^* = 6, u(3;6) = 3 \cdot 6 = 18$.

**Задача 16***

Борис любит слушать новые компакт-диски и ходить на дискотеки. На эти нужды он выделяет в год 2000 руб. И компакт-диск, и билет на дискотеку стоят по 100 руб. При этом у Бориса есть возможность за 1000 руб. купить клубную карту, позволяющую ходить на дискотеки за 25 руб. Нарисовать множество покупательских возможностей Бориса. Определить его оптимальный потребительский набор, если задана функция полезности $u = xy$, где x - число посещений дискотеки, а y - число купленных компакт-дисков. Что произойдет с оптимальным набором и полезностью Бориса, если клубная карта станет на 200 руб. дороже? На 200 руб. дешевле?

Решение:

У Бориса 2 возможности - покупать или не покупать клубную карту. Если он не покупает ее, то бюджетное ограничение выглядит $100x + 100y \leq 2000$ (1). Если Борис покупает клубную карту, у него остается 1000 руб. и бюджетное ограничение принимает вид $25x + 100y \leq 1000$ (2). Итоговым множеством покупательских возможностей будет объединение двух множеств, заданных указанными бюджетными ограничениями и ограничениями $x \geq 0, y \geq 0$.



Если клубная карта станет на 200 руб. дороже (ограничение (3)), Борис просто не станет ее покупать, достигнув полезности 100 в точке А. Если клубная карта станет на 200 руб. дешевле (ограничение (4)), Борис ее купит. **Оптимумом станет точка C(24;6)**. Достигаемая полезность увеличится до $U(C) = 24 \cdot 6 = 144$.

3. Теория фирмы

Задача 17

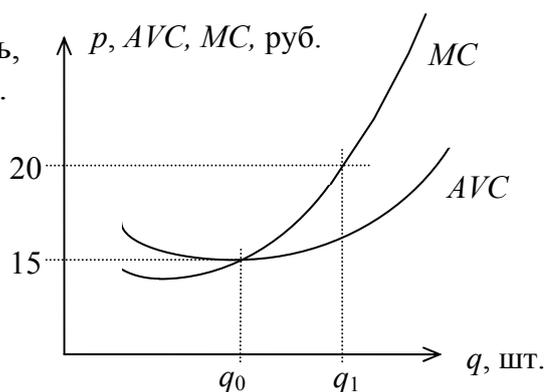
О фирме на рынке совершенной конкуренции известны следующие данные: цена производимого товара составляет 20 руб., средние переменные издержки равны 15 руб., и это служит для них минимальным значением, выпуск при этом составляет 100 тыс. штук. Какова должна быть стратегия фирмы в краткосрочном периоде?

- А) прекратить производство
- В) уменьшить выпуск
- С) сохранить объем выпуска
- Д) увеличить выпуск

Решение:

Объем производства необходимо увеличивать, пока цена превосходит предельные издержки. График предельных издержек пересекает график средних переменных издержек в точке их минимума. Соответственно при текущем выпуске предельные издержки равны 15 руб. Следовательно, **выпуск увеличиваем.**

Ответ: D.



Задача 18

Обладает ли рыночной властью продавец, если продаваемая продукция приносит ему выручку

- a) $TR = 30q$;
- b) $TR = 70q - 0,5q^2$;
- c) $(100 - T)q$ - часть выручки, остающаяся в распоряжении продавца, где T - товарный налог?

Решение:

- а) Цена $p = TR/q = 30$ не зависит от объема продаж, следовательно, продавец рыночной властью **не обладает**.
- б) Цена $p = TR/q = 70 - 0,5Q$ уменьшается с ростом объема продаж, следовательно, продавец **обладает** рыночной властью.
- с) Цена $p = 100$ не зависит от объема продаж, продавец **не обладает** рыночной властью.

Задача 19

Фирма “Ученый код” предполагает издать шпаргалки по экономике, себестоимость которых составляет 10 руб. Спрос на них задан выражением $q = 3000 - 100p$, где q - количество, шт., а p - цена, руб. Сколько шпаргалок и по какой цене будет продавать фирма, чтобы получить максимальную прибыль?

Решение:

Продавая шпаргалки по цене p , фирма с каждой шпаргалки получает прибыль $(p - 10)$ руб. Таких шпаргалок будет продано $q = 3000 - 100p$. Совокупная прибыль составит $\pi = (p - 10)(3000 - 100p) = -100p^2 + 4000p - 30000$. Ее необходимо максимизировать: $\pi' = -200p + 4000 = 0 \Rightarrow p = \frac{4000}{200} = 20$ (руб.) Объем продаж будет равен $q = 3000 - 100 \cdot 20 = 1000$. Прибыль составит $\pi = (p - 10)q = 10 \cdot 1000 = 10000$ руб.

Ответ: $p = 20$, $q = 1000$, $\pi = 10000$.

Задача 20

В таблице представлена часть данных о возможных вариантах ведения бизнеса на предприятии “Заря капитализма” при неизменных постоянных издержках. Восстановите недостающую информацию.

		Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
Цена, руб.	p			30
Объем продаж, тыс.шт.	q	25	33	
Выручка, тыс.руб.	R		1320	
Постоянные издержки, тыс.руб.	FC			
Переменные издержки, тыс.руб.	VC	800		1800
Суммарные издержки, тыс.руб.	TC			2000
Прибыль, тыс.руб.	G	250	120	
Рентабельность по издержкам, %	r			5

Решение:

		Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
Цена, руб.	p	50	40	30
Объем продаж, тыс.шт.	q	25	33	70
Выручка, тыс.руб.	R	1250	1320	2100
Постоянные издержки, тыс.руб.	FC	200	200	200
Переменные издержки, тыс.руб.	VC	800	1000	1800
Суммарные издержки, тыс.руб.	TC	1000	1200	2000
Прибыль, тыс.руб.	G	250	120	100
Рентабельность по издержкам, %	r	25	10	5

Используются формулы: $R = pq$, $TC = FC + VC$, $G = R - TC$, $r = \frac{G}{TC} \cdot 100\%$.

Из третьего столбца

$$FC = 2000 - 1800 = 200.$$

Во втором столбце:

$$p = 1320/33 = 40, TC = 1320 - 120 = 1200, r = 120/1200 \cdot 100\% = 10\%.$$

В первом столбце:

$$TC = 200 + 800 = 1000, R = 1000 + 250 = 1250, p = 1250/25 = 50, r = 250/1000 \cdot 100\% = 25\%.$$

В третьем столбце:

$$G = 5\% \cdot 2000/100\% = 100, R = 2000 + 100 = 2100, q = 2100/30 = 70.$$

Задача 21*

Зависимость общих издержек фирмы от выпуска представлена в таблице:

Суточный выпуск, тыс.шт.	0	1	2	3	4	5
Общие издержки, тыс.руб.	100	140	200	300	440	600

На рынке установилась цена 110 руб.

- Сколько продукции должно производить предприятие, чтобы достичь максимума прибыли?
- Не следует ли прекратить производство?
- Ниже какого уровня должна снизиться цена, чтобы предприятие прекратило производство данного товара?

Решение:

- Умножив суточный выпуск на 110, получим общую выручку. Прибыль равна разности общей выручки и общих издержек:

Суточный выпуск, тыс.шт.	0	1	2	3	4	5
Общая выручка, тыс.руб.	0	110	220	330	440	550
Общие издержки, тыс.руб.	100	140	200	300	440	600
Прибыль, тыс.руб.	-100	-30	20	30	0	-50

Из таблицы видим, что максимальная прибыль, равная 30 тыс.руб., будет **при суточном выпуске 3 тыс.**

- Производство прекращается, когда цена устанавливается ниже уровня минимума средних переменных издержек. Постоянные издержки составляют 100 тыс.руб. (общие издержки при нулевом выпуске). Соответственно, переменные издержки можно найти, вычтя из общих издержек 100 тыс.руб. Для нахождения средних переменных издержек разделим переменные издержки на выпуск.

Суточный выпуск, тыс.шт.	0	1	2	3	4	5
Общие издержки, тыс.руб.	100	140	200	300	440	600
Переменные издержки, тыс.руб.	0	40	100	200	340	500
Средние переменные издержки, руб.		40	50	66,67	85	100

Минимальное значение составляет 40 руб. Если цена устанавливается **ниже 40 руб.**, производство прекращается. Поскольку $p = 110 > 40$, производство прекращать **не следует**.

Задача 22*

Фирма действует на рынке совершенной конкуренции. Зависимость суммарных издержек фирмы от выпуска продукции представлена в таблице:

Выпуск, тыс.шт.	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Издержки, тыс.руб.	700	800	880	940	980	1000	1120	1260	1420	1600	1800

- 1) Какова будет цена отсечения для фирмы (минимальная цена, при которой фирма еще будет продавать что-либо на рынке)?
- 2) Сколько продукции будет продавать фирма при цене 18 руб. за штуку?

Решение:

q, тыс.шт.	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$ТС$, тыс.руб.	700	800	880	940	980	1000	1120	1260	1420	1600	1800
VC, тыс.руб.	-	100	180	240	280	300	420	560	720	900	1100
AVC, руб.	-	10	9	8	7	6	7	8	9	10	11
MC, руб.	-	10	8	6	4	2	12	14	16	18	20

- 1) Из таблицы видим, что постоянные издержки составляют $FC=700$ тыс.руб. (фирма несет эти затраты при нулевом выпуске). Вычислим переменные издержки ($VC=TC-FC$) и средние переменные издержки ($AVC=VC/q$), занесем их в таблицу. Минимальное значение средних переменных издержек составляет 6 руб. Именно эта цена служит нижней планкой, при которой фирма захочет оставаться на рынке.
- 2) Фирма, максимизирующая прибыль, продолжает наращивать выпуск до тех пор, пока предельные издержки не превысят цену продукции. При $p=18$ объем выпуска фирмы может составить 80 тыс.шт. или 90 тыс.шт. В этом случае прибыль равна $G = 80 \cdot 18 - 1420 = 90 \cdot 18 - 1600 = 20$

Ответ. 1) 6 руб.

2) 80 тыс.шт. или 90 тыс.шт.

Задача 23*

Характеризуются ли следующие производственные функции убывающей, постоянной или возрастающей отдачей от масштаба? Здесь q - объем производства, зависящий от величины используемого капитала K и труда L . Объясните ответ.

1) $q = 0,5KL$

2) $q = 2K + 3L$

Решение:

Убывающая отдача от масштаба означает, что увеличение каждого из факторов K и L в α раз ($\alpha > 1$) даст увеличение объема производства меньше, чем в α раз, постоянная - даст увеличение ровно в α раз, возрастающая - даст увеличение больше, чем в α раз. В нашем случае

1) $q(\alpha K; \alpha L) = 0,5\alpha K \alpha L = 0,5\alpha^2 KL > \alpha 0,5KL = \alpha q(K; L)$ - возрастающая отдача.

Например, увеличение использования капитала и труда в 2 раза даст увеличение объема производства в 4 раза.

2) $q(\alpha K; \alpha L) = 2\alpha K + 3\alpha L = \alpha(2K + 3L) = \alpha q(K; L)$ - постоянная отдача от масштаба. Например, увеличение использования капитала и труда в 2 раза даст увеличение объема производства тоже в 2 раза.

Ответ: 1) Возрастающая

2) Постоянная

Задача 24*

Фирма-монополист производит продукцию с издержками $TC = q^2 + 100q + 5000$. Объем спроса связан с ценой следующим выражением: $q = 400 - p$.

- 1) Определите оптимальный объем производства, цену продукции и прибыль (убытки) монополиста.
- 2) Определите эти параметры, если государство регулирует монополию с помощью ценового барьера: монополист не может продавать продукцию дороже 250 руб.
- 3) Что произойдет, если увеличить барьер до 350 руб.?

Решение:

- 1) Выручка монополиста равна объему продаж, умноженному на цену продукции. Цену можно найти из уравнения спроса: $p = 400 - q$. Прибыль монополиста равна разнице между выручкой и издержками. Максимизируем ее:

$$\pi(q) = q(400 - q) - (q^2 + 100q + 5000) \rightarrow \max,$$

$$\pi(q) = 300q - 2q^2 - 5000 \rightarrow \max$$

Найдем производную и приравняем ее к нулю:

$$\pi'(q) = 300 - 4q = 0,$$

$$q^* = 75, \quad p^* = 400 - 75 = 325, \quad \pi(q^*) = 300 * 75 - 2 * 75^2 - 5000 = 6250.$$

- 2) Если государство установит барьер $p \leq 250$, который существенно ниже монопольной цены, монополист будет вынужден продавать продукцию именно по такой цене. Найдем оптимальный объем продаж из условия максимизации прибыли:

$$\pi(q) = 250q - (q^2 + 100q + 5000) \rightarrow \max,$$

$$\pi(q) = 150q - q^2 - 5000 \rightarrow \max,$$

$$\pi'(q) = 150 - 2q = 0,$$

$$q^* = 75, \quad \pi(q^*) = 150 * 75 - 75^2 - 5000 = 625.$$

Следует отметить, что в этой ситуации возникнет дефицит, поскольку объем спроса при цене в 250 руб. составляет 150 единиц, а монополист будет предлагать на рынок только 75.

- 3) Если государство увеличит барьер максимальной цены до 350 руб., то монополист вовсе не должен заирать цену именно до этого максимального уровня. В первом пункте мы рассчитали, что оптимальная цена монополиста в случае без ограничений составит 325 руб., а объем продаж при этом составит 75 единиц. Это решение удовлетворяет и условию с барьером $p \leq 350$.

Ответ:

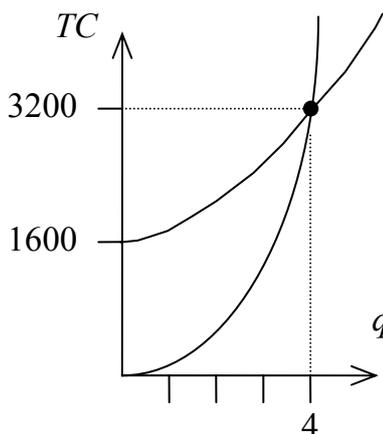
- 1) $p^* = 325, q^* = 75, \pi^* = 6250,$
- 2) $p^* = 250, q^* = 75, \pi^* = 625,$
- 3) $p^* = 325, q^* = 75, \pi^* = 6250.$

Задача 25**

Фермеру необходимо за день обработать свой участок земли. Площадь обрабатываемой за день земли задана функцией $q = \sqrt{L} \sqrt{1 + K}$ (га), где L - количество нанятых батраков, $K \in \{0; 1\}$ - количество используемых тракторов (можно арендовать 1 трактор или не арендовать). Нанять одного батрака на 1 день стоит 200 руб. Суточная аренда трактора стоит 1600 руб.

Построить функцию совокупных издержек фермера, нарисовать ее график. Показать, начиная с какого размера участка, фермеру выгодно арендовать трактор.

Решение:



У фермера есть 2 возможности: арендовать трактор или не арендовать. Если он просто нанимает L батраков ($K=0$), то площадь обрабатываемой земли $q = \sqrt{L}$. То есть для обработки участка площадью q потребуется нанять $L = q^2$ батраков, заплатив им $TC_0(q) = 200q^2$ руб. Если фермер кроме L батраков арендует трактор ($K=1$), то площадь обрабатываемой земли равна $q = \sqrt{2L}$, и для обработки участка площадью q потребуется нанять $L = q^2/2$ батраков. Суммарные издержки в этом случае равны $TC_1(q) = 1600 + 100q^2$. Фермер в зависимости от размера участка выбирает, какой из вариантов обойдется ему дешевле. Графиком совокупных издержек будет график минимума из 2 функций.

Определим, когда фермеру будет выгодно арендовать трактор:

$$TC_1(q) < TC_0(q), 1600 + 100q^2 < 200q^2, 100q^2 > 1600, q^2 > 16, q > 4.$$

Ответ: при размере участка больше 4 га фермеру выгодно арендовать трактор.

Задача 26**

Фирма является монополистом на внутреннем рынке, где спрос на ее продукт описан функцией $D(p) = 210 - p$. Функция общих издержек имеет вид $TC(q) = 2 + 0,5q^2$.

- 1) Определите оптимальный для максимизации прибыли объем производства
- 2) Определите, какое количество продукции фирма будет продавать на внутреннем и внешнем рынке, если на внешнем рынке она может продать любое количество продукции по цене $p = 100$.

Решение:

1) Из функции спроса выразим цену, по которой продается весь объем продукции q : $p = 210 - q$. Составим функцию прибыли:

$$\pi(q) = pq - TC(q) = (210 - q)q - (2 + 0,5q^2), \text{ и решим задачу ее максимизации:}$$

$$\pi(q) = -1,5q^2 + 210q - 2 \rightarrow \max, \pi'(q) = -3q + 210 = 0, q^* = 70.$$

Задачу также можно решить, приравнявая предельный доход и предельный издержки. Этот способ рассмотрим при решении второй задачи.

2) Найдем функцию предельных издержек: $MC(q) = TC'(q) = q$.

Если бы существовал только внутренний рынок, то функция предельного дохода имела бы вид: $MR(q) = TR'(q) = ((210 - q)q)' = 210 - 2q$.

Однако имеется неограниченный внешний рынок, где фирма может продавать продукцию по 100 руб.

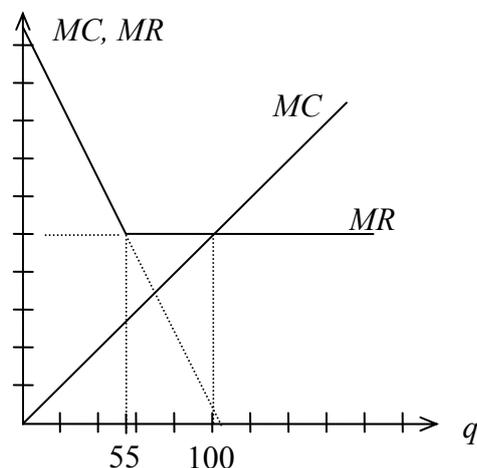
$$\text{Таким образом, } MR(q) = \max\{210 - 2q; 100\}.$$

Изобразим графики $MR(q)$ и $MC(q)$, приравняем

$$MR(q) = MC(q), \max\{210 - 2q; 100\} = q, q^* = 100.$$

Ответ: 1) $q^* = 70$

- 2) $q^* = 100$, из них $q_1 = 55$ продается на внутреннем рынке, а $q_2 = 45$ - на внешнем рынке



4. Прочие задачи

Задача 27

В фирме “Надувательство”, по надуванию воздушных шариков работают 3 человека, причем каждый надувает в среднем 198 шариков в день. После того как фирма наняла еще одного работника, общее количество надуваемых шариков возросло на 66. Что произошло со средней производительностью труда?

Решение:

Поскольку предельный продукт труда (66 дополнительных шариков) меньше среднего продукта труда (198 шариков), то **средняя производительность труда понижается.**

Задача 28

В некоторой малой фирме работают двое рабочих, получающих в месяц по 4 тыс. руб. и президент, получающий 10 тыс.руб. в месяц. Как изменилась средняя зарплата на фирме после того, как наняли бухгалтера, работающего за 6 тыс.руб. в месяц?

Решение:

Средняя зарплата в фирме ранее была равна $(2 \cdot 4 + 10) / 3 = 6$ тыс.руб.

После найма бухгалтера средняя зарплата стала $(2 \cdot 4 + 6 + 10) / 4 = 6$ тыс.руб.

Таким образом, **средняя зарплата не изменилась.**

Задача 29

Фирма “Перпетум мебели” уволила 30% работников, а оставшимся подняла зарплату на 30%. При этом объем производства мебели вырос на 40%.

а) Как изменилась средняя производительность труда?

б) Что произошло с затратами фирмы на оплату труда? Зарплату считать одинаковой для всех работников.

Решение:

а) Производство выросло на 40%, то есть $q_2 = 1,4q_1$.

Число работников сократилось на 30%, то есть $L_2 = 0,7L_1$

Производительность труда стала равной $\frac{q_2}{L_2} = \frac{1,4q_1}{0,7L_1} = 2 \frac{q_1}{L_1}$, то есть выросла в 2 раза.

б) Зарплата каждого работника увеличилась на 30%, то есть $w_2 = 1,3w_1$

Затраты фирмы на оплату труда стали равными $L_2w_2 = 0,7L_1 * 1,3w_1 = 0,91L_1w_1$, то есть сократились на 9%

Ответ: производительность труда выросла в 2 раза, а затраты фирмы на оплату труда сократились на 9%

Задача 30

В первом полугодии цены выросли на 20%, а во втором - на 30%. Каков годовой уровень инфляции?

А) 25%

В) 50%

С) 56%

Д) 150%

Решение:

Цены за год выросли в $1,2 * 1,3 = 1,56$ раза, то есть **на 56%.**

Ответ: С.

Задача 31*

Инвестор рассматривает инвестиционный проект, который обещает принести 210 тыс.руб. через 2 года. Какую сумму готов он вложить сегодня в этот проект, если по прогнозу инфляция в следующем году составит 25%, а через год 20%, при этом существует 5%-вероятность невозврата средств? Считать инвестора нейтральным по отношению к риску.

A) 133 тыс.руб. B) 140 тыс.руб. C) 150 тыс.руб. D) 210 тыс.руб.

Решение:

Через 2 года инвестор с вероятностью 95% получит 210 тыс.руб., а с вероятностью 5% не получит ничего. Это означает, что в среднем сумма, которую он получит, составит $0,95 \cdot 210 = 199,5$ тыс.руб.

За 2 года деньги обесценятся в $1,25 \cdot 1,2 = 1,5$ раза. Из этого следует, что полученные через 2 года 199,5 тыс.руб. соответствуют сегодняшним $199,5 / 1,5 = 133$ тыс. руб. Именно эту сумму инвестор готов вложить в проект.

Ответ: А. 133 тыс.руб.

Задача 32

В стране Прогрессивии действует следующая система налогообложения:

совокупный доход, талеров/год	до 10000	10001-100000	>100000
ставка подоходного налога, %	10%	20%	30%

В налоговой инспекции обнаружили, что гражданин Сосновский, заработавший в 2002 году 500 тыс. талеров заплатил 139 тыс. талеров подоходного налога. Укрывает ли гражданин Сосновский свои доходы от уплаты налогов? Если да, какую сумму ему необходимо доплатить?

Решение:

Гражданин Сосновский должен заплатить 10% с первых 10000 талеров + 20% с последующих 90000 талеров + 30% с суммы заработка, превышающей 100000 талеров (что составит 400000 талеров). Подсчитываем сумму подоходного налога: $0,1 \cdot 10000 + 0,2 \cdot 90000 + 0,3 \cdot 400000 = 1000 + 18000 + 120000 = 139000$ (талеров).

Таким образом, гражданин Сосновский **честно заплатил подоходный налог в полном объеме.**

Задача 33

Андрей живет в Ангарске, а работает в Иркутске. Он ездит на работу на автобусе, который идет 1 час при цене билета 30 руб.

a) При каком уровне почасовой оплаты труда ему будет экономически выгоднее ездить на электричке, которая идет 1,5 часа при цене билета 18 руб.?

b) При какой почасовой зарплате он станет ездить на такси за 200 рублей, если на такси он может добраться до Иркутска за полчаса?

Решение:

a) Если Андрей ездит на электричке, то он экономит 12 руб., но тратит лишние полчаса. Если он за полчаса зарабатывает меньше 12 руб., то ему экономически выгоднее ездить на электричке. Это соответствует уровню оплаты, меньшему 24 руб./час.

b) Андрею выгоднее ездить на такси, если за сэкономленные полчаса он может заработать больше переплаченных 170 руб. Этот случай оплаты, превышающей 340 руб./час.

Ответ: а) меньше 24 руб./час

б) больше 340 руб./час

Задача 34

Фирма за 300 тыс.руб. приобрела грузовик, нормативный износ которого достигается при пробеге 100 тыс.км. Ликвидационная стоимость грузовика равна 50 тыс. руб. Найдите остаточную стоимость грузовика, если на сегодняшний день его пробег составляет 40 тыс.км.

А) 120 тыс.руб. В) 150 тыс.руб. С) 180 тыс.руб. D) 200 тыс.руб.

Решение:

Остаточная стоимость грузовика равна $300000 - \frac{300000 - 50000}{100000} * 40000 = 200000$ руб.

Ответ: D. 200 тыс.руб.

Задача 35

В стране Сьютландии вся легкая промышленность занимается производством шерстяных костюмов. В год таких костюмов изготавливается 5 миллионов. При этом производственный процесс состоит из 5 стадий: овцеводческие фермы поставляют предприятиям по шерстепереработке шерсть на сумму 40 тугриков из расчета на 1 костюм, шерстеперерабатывающие предприятия продают материал швейным фабрикам по 60 тугриков из расчета на 1 костюм, швейные фабрики поставляют готовые костюмы крупным оптовикам по 100 тугриков, а те, в свою очередь, - розничным продавцам по 120 тугриков. Последние, наконец, продают костюмы жителям Сьютландии по 180 тугриков. Определите долю легкой промышленности в ВВП, если ВВП Сьютландии составляет 10 миллиардов тугриков.

Решение:

В ВВП включается только конечная продукция, то есть костюмы, продающиеся розничными продавцами конечному потребителю по 180 тугриков. Поскольку таких костюмов в год продается 5 миллионов, то их общая стоимость составит $5 \text{ млн.} \cdot 180 = 900 \text{ млн. тугриков}$. Это валовая продукция легкой промышленности. Ее доля в ВВП равна $900 \text{ млн} / 10 \text{ млрд} = 0,09 = 9\%$.

Задача 36

Сапожник отправляет своего подмастерья продать пару сапог за 25 руб. Подмастерье находит двух одноногих мужиков, продает каждому по сапогу за 12,5 руб. и приносит 25 руб. хозяину. Узнав про это, хозяин посылает подмастерья вернуть инвалидам 5 руб. (по 2,5 руб. каждому). Подмастерье возвращает каждому по рублю, решает, что те и так довольны, и пропивает оставшуюся трешницу.

Осуществляем подсчет. Мужики заплатили за сапоги по $(12,5 - 1) = 11,5$ руб. В сумме это составит $11,5 \cdot 2 = 23$ руб. Плюс трешницу пропил подмастерье. Итого: $23 + 3 = 26$ руб. А сапоги стоили 25 руб. Откуда взялся рубль?

Решение:

Задача на верный подсчет доходов и расходов. Доходы сапожника - это 23 руб., заплаченные купившими сапоги мужиками. Расходы - трешница, пропитая подмастерьем. $23 - 3 = 20$ руб. - сумма, которую получил сапожник (25 руб. за вычетом выданной подмастерью пятерки).

ДОБРО ПОЖАЛОВАТЬ
в Институт математики, экономики и информатики
Иркутского государственного университета!

СЕГОДНЯ ИМЭИ – ЭТО:

13 кафедр, 4 специальности и 17 специализаций. 5 компьютерных классов. Центр информационной безопасности. Студенческий центр информационных технологий «Unicom». Лингвистический центр. Два учебно-научных комплекса ИМЭИ – Институт динамики систем и теории управления СО РАН, ИМЭИ – Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН.

23 доктора наук, профессора и 67 кандидатов наук, доцентов, в том числе, 1 член-корреспондент РАН, 2 члена РАЕН, 2 члена-корреспондента АН высшей школы, 7 членов Академии нелинейных наук, 1 заслуженный работник высшей школы РФ, 7 почетных работников высшего образования РФ.

Среди преподавателей ИМЭИ много совместителей. Это лучшие специалисты города в областях математики, экономики, компьютерных технологий. Их участие в учебном процессе обеспечивает более качественную подготовку студентов как в теоретическом, так и в прикладном отношении.

Специальность: «Математические методы в экономике»
(обучение 5 лет, квалификация «экономист-математик»)

Выпускник данной специальности приобретает следующие знания и навыки:

- математическое моделирование, качественный и количественный анализ экономических процессов и объектов на микро- и макроуровнях;
- эффективное применение современных информационных технологий в экономической деятельности;
- управление инвестициями и бизнес-планирование.

Наши выпускники работают на крупных предприятиях и в известных компаниях, занимаются финансово-банковской деятельностью, служат в государственных и муниципальных органах управления.

Приглашаем юношей и девушек, равнодушных к математике,
экономике и информационным технологиям, учиться у нас!

664003, Иркутск, Бульвар Гагарина, 20
Телефоны для справок: (3952) 24-22-14, 24-22-28
<http://imei.isu.ru>