

## МОДЕЛИ ОЛИГОПОЛИИ: СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ <sup>1</sup>

А.Ю. Филатов

*Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева, Иркутск*

*E-mail: fial@irlan.ru*

Выполнен обзор основных моделей олигополии. Рассмотрены модели некооперированной (модели Курно, Штакельберга, Бертрана, Эджворта и др.) и кооперированной (модели Форхаймера, картель, картель + конкурентное окружение и др.) олигополии. Особое внимание уделено моделям олигополии с барьерами входа (модели Бэйна, Модильяни, Джелмана–Сэлопа, Спенса и др.).

**Ключевые слова:** отраслевые рынки, модели олигополии, стратегическое поведение, олигополия Курно, Штакельберга, Бертрана, Эджворта, Форхаймера, Бэйна, Модильяни, Джелмана–Сэлопа, Спенса, картель, конкурентное окружение.

### **Введение**

Большинство рынков в современной экономике относятся к рынкам несовершенной конкуренции, на которых каждый производитель в состоянии существенно влиять на цену продукции. При этом часто высокий уровень концентрации производителей сочетается с дифференциацией продукта (монополистическая конкуренция, олигополия), наличием барьеров входа в отрасль (монополия, олигополия) и взаимодействием между производителями (олигополия).

Наиболее интересным для исследования типом рыночных структур, в силу большого спектра стратегий поведения участников и нетривиальности выводов, является олигополия. Как правило, число олигополистов ограничено несколькими фирмами, хотя в некоторых случаях при информационной открытости (облегчающей координацию фирм) может достигать до нескольких десятков. Причем размер каждой фирмы должен позволять ей значимо влиять на ситуацию на рынке. Именно для олигополии в наибольшей степени характерно стратегическое взаимодействие участников.

Различным аспектам олигополистического поведения посвящено большое количество как зарубежной, так и российской литературы, среди которых выделим западные монографии Ж.Тироля [1], Д.Карлтона и Дж.Перлова [2], А.Мас-Колелла [3], а также российские учебники С.Авдашевой и Н.Розановой [4], а также А.Вурос и Н.Розановой [5]. В предлагаемый обзор включены наиболее важные из представленных в [1–5] моделей, а также рассмотрены некоторые не изученные там аспекты.

---

<sup>1</sup> Исследования выполнены при финансовой поддержке РГНФ (проект 06-02-00266а)

© А.Ю. Филатов, 2009

Все модели делятся на два больших класса. Первый – олигополия без сговора, в которых каждая фирма, ориентируясь на действия конкурентов, самостоятельно максимизирует прибыль, управляя собственной ценой и объемом поставок продукции. Второй класс моделей – олигополия со сговором, когда фирмы пытаются в целях повышения собственной прибыли найти кооперативное решение.

### Модели олигополии без сговора

Важной предпосылкой, определяющей конкретный вид модели олигополии без сговора, является стратегическая переменная. Если олигополисты принимают решение об объеме выпуска продукции, то модель представляет количественную олигополию. Если олигополисты принимают решение о цене – ценовую олигополию.

Модели количественной олигополии более адекватны в ситуации, когда фирмам после принятия плана трудно изменить производственные мощности, а следовательно, и объем поставок. Это характерно для отраслей тяжелой промышленности, машиностроения, нефте- и газодобычи и т.д. В частности, несмотря на многократный (около 10 раз) рост мировых цен на нефть в 1999–2008 г.г. (рис.1), ежегодное увеличение добычи в России не превышало 7–10% даже с учетом спада 1991–1998 г.г., в последние годы (после достижения уровня конца 80-х годов прошлого столетия) сократилось до 2–2,5%, а в 2008 г. отсутствовало совсем (рис.2). Данные взяты из источников [6–8].

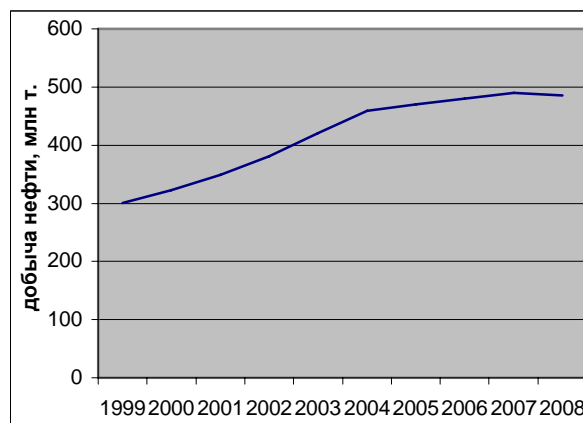
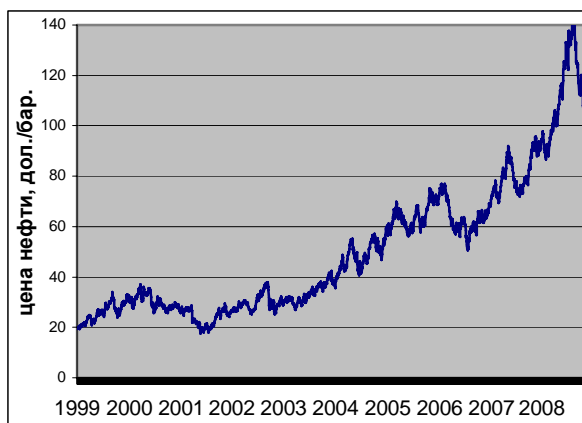


Рис.1. Цены на нефть в 1999–2008 г.г. Рис.2. Добыча нефти в 1999–2008 г.г.

Модели ценовой олигополии могут использоваться, когда фирмы в состоянии за небольшое время существенно изменить объем поставок на рынок, в том числе, при возможности, завоевать весь рынок. Примерами могут служить розничная торговля, большинство рынков услуг, некоторые рынки потребительских товаров. Однако даже в этом случае фирмы, желающие исключить ценовую войну между собой, могут выбрать объемы поставок, соответствующие равновесному уровню в модели количественной олигополии, предложенной в 1838 г. [9] Антуаном Курно.

### Модель Курно

Пусть на рынке присутствует  $n$  олигополистов с объемами поставок продукции  $q_1, \dots, q_n$  и функциями издержек  $TC_1(q_1), \dots, TC_n(q_n)$ . Отраслевой спрос задан некоторой функцией  $Q = D(p) \Leftrightarrow p = D^{-1}(Q)$ . Прибыль каждого  $i$ -олигополиста зависит от объемов поставок конкурентов  $q_{-i}$  и составляет

$$\pi_i(q_i, q_{-i}) = TR_i(q_i, q_{-i}) - TC_i(q_i) = pq_i - TC_i(q_i) = D^{-1}\left(q_i + \sum_{j \neq i} q_j\right) q_i - TC_i(q_i).$$

При максимизации прибыли каждый олигополист должен учитывать реакцию конкурентов. В частности, при понижении цены они будут сокращать, а при повышении – увеличивать поставки на рынок. Если олигополисты в состоянии спрогнозировать действия остальных участников рынка, т.е. построить их кривые реакции  $q_i(q_1, \dots, q_{i-1}, q_{i+1}, \dots, q_n)$  (оптимальные отклики каждого на меняющиеся условия функционирования рынка), то они могут отыскать свой оптимальный объем поставок продукции. Однако равновесие в чистых стратегиях существует не всегда [1]. Гарантировать существование, в частности, можно вогнутостью функции прибыли по выпуску, однако это предположение не выполняется даже при возрастающих предельных издержках, если функция спроса достаточно выпукла. Также существование равновесия Курно не всегда означает его единственность.

Для начала рассмотрим самую простую модель: дуополию (олигополию с двумя производителями) на рынке с линейным спросом

$$p = a - bQ, \quad Q = \sum q_i \quad (1)$$

и издержками, пропорциональными объему производства,

$$TC_i(q_i) = c_i q_i. \quad (2)$$

Здесь величину  $a$  можно интерпретировать как максимальную цену – цену, при которой последний покупатель уходит с рынка. Коэффициент  $b$  показывает, насколько нужно снизить цену, чтобы увеличить продажи на единицу, а  $c_i$  характеризует предельные издержки (издержки производства дополнительной единицы продукции)  $i$ -фирмы  $MC_i(q_i) = TC'_i(q_i) = c_i = \text{const}$ .

При решении задачи на максимум прибыли каждый дуополист рассматривает объем поставок конкурента как заданный и при такой предпосылке принимает решение о собственном объеме поставок:

$$\pi_1 = TR_1(q_1, q_2) - TC_1(q_1) = (a - b(q_1 + q_2))q_1 - c_1 q_1 \rightarrow \max_{q_1},$$

$$\pi_2 = TR_2(q_1, q_2) - TC_2(q_2) = (a - b(q_1 + q_2))q_2 - c_2 q_2 \rightarrow \max_{q_2}.$$

Приравняв частные производные к нулю, получим кривые реакции

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = a - c_1 - b q_2 - 2b q_1 = 0, \quad q_1 = \frac{a - c_1}{2b} - \frac{q_2}{2}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = a - c_2 - b q_1 - 2b q_2 = 0, \quad q_2 = \frac{a - c_2}{2b} - \frac{q_1}{2}. \quad (4)$$

Равновесие в дуополии Курно (1), (2) определяется в результате решения системы линейных уравнений (3), (4) и имеет вид:

$$q_1 = \frac{a - 2c_1 + c_2}{3b}, \quad q_2 = \frac{a - 2c_2 + c_1}{3b}. \quad (5)$$

Данная точка является равновесной по Нэшу: ни одному из олигополистов невыгодно в одностороннем порядке менять параметры равновесия.

Проиллюстрируем графически эту ситуацию для случая одинаковых ( $c_1 = c_2 = c$ , рис.3,а) и различных ( $c_2 < c_1$ , рис.3,б) издержек производства.

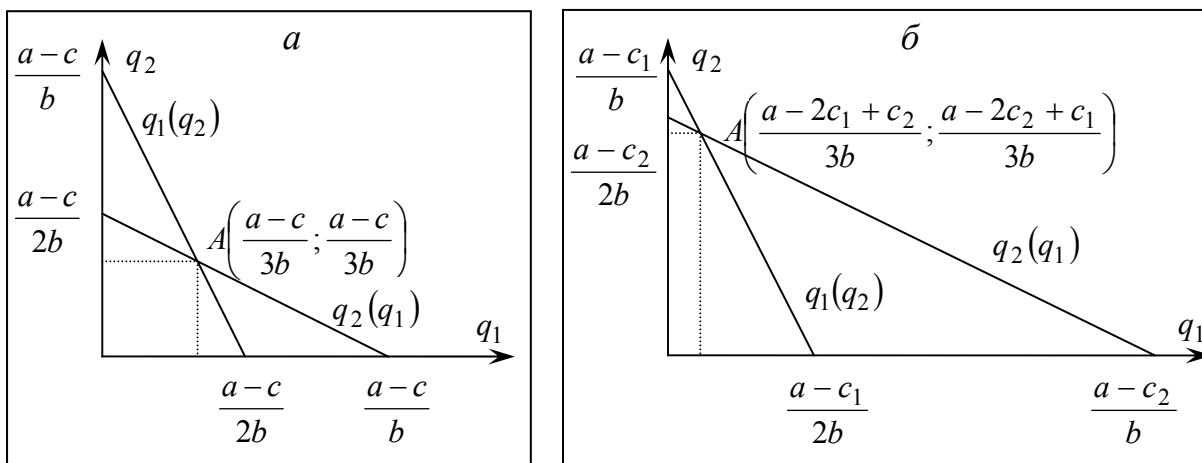


Рис.3. Кривые реакции в модели Курно.

Случай одинаковых (а) и различных (б) издержек производства.

В случае равных издержек производства формулы (5) упрощаются, принимая вид

$$q_1 = q_2 = \frac{a - c}{3b}. \quad (6)$$

В случае же, когда издержки одной из фирм (пусть, второй) уменьшаются, она завоевывает большую долю рынка. А если выполняются следующие равносильные неравенства:

$$\frac{a - c_2}{2b} > \frac{a - c_1}{b} \Leftrightarrow 2c_1 - c_2 > a \Leftrightarrow c_1 > \frac{a + c_2}{2}, \quad (7)$$

то первая, т.е. более дорогая, фирма добровольно уходит с рынка, а вторая поставляет продукцию в объеме  $q_2 = (a - c_2)/2b$ .

Отметим интересное свойство: если обе фирмы сохраняют свое присутствие на рынке (т.е. не выполняются неравенства (7)), то суммарный объем продаж продукции и цена равны соответственно

$$Q = q_1 + q_2 = \frac{2}{3} \frac{a - \bar{c}}{b}, \quad p = a - bQ = \frac{1}{3} a + \frac{2}{3} \bar{c}, \quad \bar{c} = \frac{c_1 + c_2}{2}.$$

Это означает, что сложившаяся цена и продажи на рынке не изменяются, если сохраняется средняя для двух фирм себестоимость единицы продукции. Таким образом, если в одной фирме производство единицы продукции стало дороже на рубль, а в другой – дешевле на рубль, то единствен-

ное, что следует ожидать, – это увеличение доли рынка, принадлежащей фирме, понизившей издержки.

Рассмотрим также случай квадратичных издержек производства

$$TC_1(q_1) = d_1 q_1^2 + c_1 q_1 + f_1, \quad TC_2(q_2) = d_2 q_2^2 + c_2 q_2 + f_2. \quad (8)$$

Здесь  $f_1$  и  $f_2$  – постоянные издержки производителей, а коэффициенты  $d_1$  и  $d_2$  характеризуют скорость увеличения предельных издержек.

Каждая фирма максимизирует собственную прибыль

$$\pi_1 = (a - bq_1 - bq_2)q_1 - d_1 q_1^2 - c_1 q_1 - f_1 \rightarrow \max_{q_1},$$

$$\pi_2 = (a - bq_1 - bq_2)q_2 - d_2 q_2^2 - c_2 q_2 - f_2 \rightarrow \max_{q_2}.$$

Приравняв частные производные к нулю, получим

$$a - 2bq_1 - bq_2 - 2d_1 q_1 - c_1 = 0, \quad a - 2bq_2 - bq_1 - 2d_2 q_2 - c_2 = 0,$$

что эквивалентно следующей системе линейных уравнений:

$$q_1 = \frac{a - c_1 - bq_2}{2(b + d_1)}, \quad q_2 = \frac{a - c_2 - bq_1}{2(b + d_2)}. \quad (9)$$

Рассмотрим дуополию, состоящую из фирм с одинаковыми функциями переменных издержек (постоянные, как видно из (9), роли не играют). Это соответствует случаю

$$TC_i(q_i) = dq_i^2 + cq_i + f_i, \quad d_1 = d_2 = d, \quad c_1 = c_2 = c.$$

Используя соображения симметрии  $q_1 = q_2 = q$ , найдем решение системы (9):

$$q = \frac{a - c - bq}{2(b + d)}, \quad q = \frac{a - c}{3b + 2d}, \quad Q = 2q = \frac{2(a - c)}{3b + 2d}, \quad (10)$$

$$p = a - b \frac{2(a - c)}{3b + 2d} = \frac{ab + 2ad + 2bc}{3b + 2d} = \frac{1}{3}a + \frac{2}{3}c + \frac{4}{3}d \frac{a - c}{3b + 2d},$$

$$p = \frac{1}{3}a + \frac{2}{3}c + \frac{2}{3}dQ \quad (11)$$

Из (10) видно, что при увеличении квадратичной составляющей издержек объем поставок продукции падает, а цена увеличивается. В то же время коэффициент  $d$ , характеризующий скорость увеличения предельных издержек, тесно связан с коэффициентом  $b$ , отвечающим за наклон кривой спроса. Объем продаж на рынке остается неизменным, если одновременно с ростом на единицу квадратичной составляющей издержек на  $2/3$  единицы уменьшается наклон обратной функции спроса. При этом цена, несомненно, увеличивается. Из (11) следует, что повышение цены прямо пропорционально коэффициенту  $d$  и сложившемуся на рынке объему продаж.

Если на рынке с линейным спросом (1) действует  $n$  олигополистов, издержки которых снова пропорциональны объему производства (представимы в виде (2)), то функции прибыли имеют вид

$$\pi_i = TR_i(q_i, q_{-i}) - TC_i(q_i) = \left( a - b \left( q_i + \sum_{j \neq i} q_j \right) \right) q_i - c_i q_i \rightarrow \max_{q_i}, \quad i = 1, \dots, n.$$

Построим кривые реакции:

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = a - c_i - b \sum_{j \neq i} q_j - 2bq_i = 0, \quad q_i = \frac{a - c_i}{2b} - \frac{1}{2} \sum_{j \neq i} q_j. \quad (12)$$

Для нахождения оптимальных объемов поставок продукции на рынок необходимо решить систему из  $n$  линейных уравнений вида (12) относительно  $q_1, q_2, \dots, q_n$ .

В случае одинаковых издержек  $c_1 = c_2 = \dots = c_n = c$  в точке равновесия объемы поставок всех фирм будут совпадать:  $q_1 = q_2 = \dots = q_n = q$ , равенства (12), из которых находятся оптимальные поставки, примут вид

$$q = \frac{a - c}{2b} - \frac{n-1}{2} q, \quad q \left( 1 + \frac{n-1}{2} \right) = \frac{a - c}{2b}, \quad q = \frac{1}{n+1} \frac{a - c}{b},$$

суммарные продажи на рынке окажутся равными

$$Q = nq = \frac{n}{n+1} \frac{a - c}{b}, \quad (13)$$

а цена составит

$$p = a - bQ = \frac{1}{n+1} a + \frac{n}{n+1} c. \quad (14)$$

При  $n \rightarrow \infty$  имеем формулы, справедливые для совершенной конкуренции:  $p \rightarrow c$  (совершенные конкуренты получают нулевые экономические прибыли),  $Q \rightarrow Q_{СК} = (a - c)/b$ .

При  $n = 1$  формулы (13), (14) адекватно описывают поведение монополиста:  $p = (a + c)/2$ ,  $Q = (a - c)/2b = Q_{СК}/2$ . Монополист при линейном спросе и издержках (2), пропорциональных объему производства, сокращает поставки вдвое относительно совершенной конкуренции. При этом цена устанавливается ровно посередине между себестоимостью продукции и максимальным уровнем, при котором продукцию перестанут покупать.

### *Модель Штакельберга*

В модели дуополии Курно предполагалось, что фирмы обладают одинаковой рыночной силой и принимают решения одновременно. Теперь рассмотрим дуополию Штакельберга – ситуацию, когда выбор объема производства осуществляется последовательно: «фирма-лидер» (пусть, для определенности, это будет первая фирма) понимает, что расширением своих поставок и, как следствие, снижением цены делает отрасль менее прибыльной и заставляет конкурента сокращать свой объем производства. Рационально действующий конкурент («фирма-последователь») максимизирует свою прибыль, действуя так же, как и раньше в условиях модели Курно. Исходя из этого дополнительного знания, лидер ищет оптимальный объем производства:

$$\pi_1(q_1, q_2(q_1)) \rightarrow \max_{q_1}, \quad q_2(q_1) = \arg \max_{q_2} \pi_2(q_1, q_2).$$

В условиях (1), (2) последователь определяет поставки в соответствии с формулой (4). Тогда прибыль лидера запишется следующим образом:

$$\pi_1 = TR_1(q_1, q_2) - TC_1(q_1) = \left( a - b \left( q_1 + \left( \frac{a - c_2}{2b} - \frac{q_1}{2} \right) \right) \right) q_1 - c_1 q_1 \rightarrow \max_{q_1}.$$

Приравняв частную производную  $\partial \pi_1 / \partial q_1$  к нулю, найдем оптимальный объем производства лидера

$$q_1 = \frac{a - 2c_1 + c_2}{2b}. \quad (15)$$

Объем производства последователя составит

$$q_2 = \frac{a - c_2}{2b} - \frac{q_1}{2} = \frac{a - 3c_2 + 2c_1}{4b}. \quad (16)$$

Суммарные продажи на рынке окажутся равными

$$Q = q_1 + q_2 = \frac{3a - 2c_1 - c_2}{4b}, \quad (17)$$

а цена составит

$$p = a - bQ = \frac{a + 2c_1 + c_2}{4}. \quad (18)$$

В случае одинаковых издержек производства  $c_1 = c_2 = c$  формулы (15)–(18) примут следующий вид:

$$q_1 = \frac{1}{2} \frac{a - c}{b}, \quad q_2 = \frac{1}{4} \frac{a - c}{b}, \quad Q = \frac{3}{4} \frac{a - c}{b} = \frac{3}{4} Q_{СК}, \quad p = \frac{1}{4} a + \frac{3}{4} c.$$

Видим, что в этом случае лидер поставляет на рынок вдвое больше продукции, чем последователь. Цены несколько снижаются, по сравнению с точкой Курно, однако прибыль лидера увеличивается до максимально возможного при отсутствии сговора уровня. Данная ситуация является равновесием Нэша в двухуровневой игре (никому из игроков невыгодно в одностороннем порядке менять параметры равновесия) и называется равновесием Штакельберга.

Заметим, что при различных издержках производства лидер может занимать даже меньшую, чем конкурент, долю рынка:  $q_1 < q_2$ , если

$$c_1 > \frac{1}{6} a + \frac{5}{6} c_2.$$

Более того, если  $c_1 > (a + c_2)/2$ , то он полностью уходит с рынка (как и в модели Курно). Однако для последователя подобная ситуация возникает еще раньше – при издержках, удовлетворяющих условию  $c_2 > (a + 2c_1)/3$ .

Эта особенность, а также желание фирмы-последователя увеличить свои прибыли за счет конкурента может привести к соблазну начать играть роль лидера, расширяя поставки продукции (формула симметрична (15) – меняются только номера переменных) до уровня

$$q_2 = \frac{a - 2c_2 + c_1}{2b}.$$

Рассмотрим, чем это грозит даже в случае дуополии. Суммарный объем продаж и цена составят соответственно

$$Q = q_1 + q_2 = \frac{a - 2c_1 + c_2}{2b} + \frac{a - 2c_2 + c_1}{2b} = \frac{2a - c_1 - c_2}{2b},$$

$$p = a - bQ = a - b \frac{2a - c_1 - c_2}{2b} = \frac{c_1 + c_2}{2}.$$

Таким образом, получаем, что хотя бы одна фирма-лидер должна поставлять продукцию в убыток, либо (при  $c_1 = c_2 = c$ ) обе фирмы продают продукцию строго по издержкам.

Еще более неприятным может оказаться результат в случае олигополии с числом фирм  $n > 2$ . Пусть среди них первая является лидером, а остальные максимизируют свою прибыль в соответствии с моделью Курно:

$$q_i = \frac{a - c_i}{2b} - \frac{1}{2} \sum_{j \neq i} q_j, \quad i = 2, \dots, n. \quad (19)$$

В случае одинаковых для всех фирм издержек производства из соображений симметрии имеем  $q_2 = \dots = q_n = q^*$ . Условие (19) переписывается как

$$q^* = \frac{a - c}{2b} - \frac{q_1 + (n - 2)q^*}{2}, \quad q^* = \frac{a - c}{nb} - \frac{q_1}{n}.$$

В свою очередь, лидер, зная эти формулы, максимизирует свою прибыль:

$$\pi_1 = (a - b(q_1 + (n - 1)q^*))q_1 - cq_1 \rightarrow \max_{q_1},$$

$$\pi_1 = \left( a - b \left( q_1 + \frac{n - 1}{n} \left( \frac{a - c}{b} - q_1 \right) \right) \right) q_1 - cq_1 \rightarrow \max_{q_1}.$$

Приравняв частную производную по  $q_1$  к нулю, получим

$$q_1 = \frac{a - c}{2b} = \frac{1}{2} Q_{СК}. \quad (20)$$

Это означает, что фирма-лидер, вне зависимости от числа конкурентов, ведет себя как монополист. Последователи делят между собой оставшуюся половину рынка:

$$q^* = \frac{a - c}{nb} - \frac{a - c}{2nb} = \frac{a - c}{2nb}.$$

Поскольку прибыли лидера существенно превышают прибыли последователей, велика вероятность того, что кто-то из последователей решит стать лидером. Однако если лидеров будет хотя бы двое, то объем привезенной ими продукции будет уже настолько велик, что цена упадет ниже себестоимости, и все фирмы будут терпеть убытки. Следовательно, такая ситуация не является устойчивой и называется неравновесием Штакельберга.



### Борьба за лидерство

В то же время попытки стать лидером могут не ограничиваться простым установлением объема продаж (20): если конкуренты ведут себя аналогично, такие поставки продукции – далеко не лучший выбор. Однако при этом не нужно забывать (в этом и состоит позиция лидера), что увеличение собственных поставок сокращает поставки конкурентов. Для случая дуополии из (3), (4) следует, что  $dq_2/dq_1 = dq_1/dq_2 = -1/2$ . Таким образом, если каждая из фирм считает себя лидером и максимизирует свои прибыли

$$\begin{cases} \pi_1 = (a - b(q_1 + q_2(q_1)))q_1 - cq_1 = aq_1 - cq_1 - bq_1^2 - bq_1q_2(q_1) \rightarrow \max_{q_1}, \\ \pi_2 = (a - b(q_2 + q_1(q_2)))q_2 - cq_2 = aq_2 - cq_2 - bq_2^2 - bq_2q_1(q_2) \rightarrow \max_{q_2}, \end{cases}$$

взятие частных производных приведет к системе линейных уравнений

$$\begin{cases} a - c - 2bq_1 - bq_2 + \frac{1}{2}bq_1 = 0, \\ a - c - 2bq_2 - bq_1 + \frac{1}{2}bq_2 = 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q_1 = \frac{2}{3} \frac{a-c}{b} - \frac{2}{3} q_2, \\ q_2 = \frac{2}{3} \frac{a-c}{b} - \frac{2}{3} q_1. \end{cases}$$

Решив данную систему, получим

$$q_1 = q_2 = \frac{2}{5} \frac{a-b}{c}.$$

Суммарный объем поставок и цена на рынке будут соответственно равны

$$Q = \frac{4}{5} \frac{a-b}{c} = \frac{4}{5} Q_{СК}, \quad p = \frac{1}{5} a + \frac{4}{5} c.$$

Заметим, что если обе фирмы начинают борьбу за лидерство, ситуация для каждой из них оказывается хуже, чем в равновесии Курно.

Можно представить графически (рис.4) все рассмотренные ситуации: совершенная конкуренция (СК), борьба за лидерство (Б), дуополия Штакельберга (Ш), дуополия Курно (К), монополия (М).

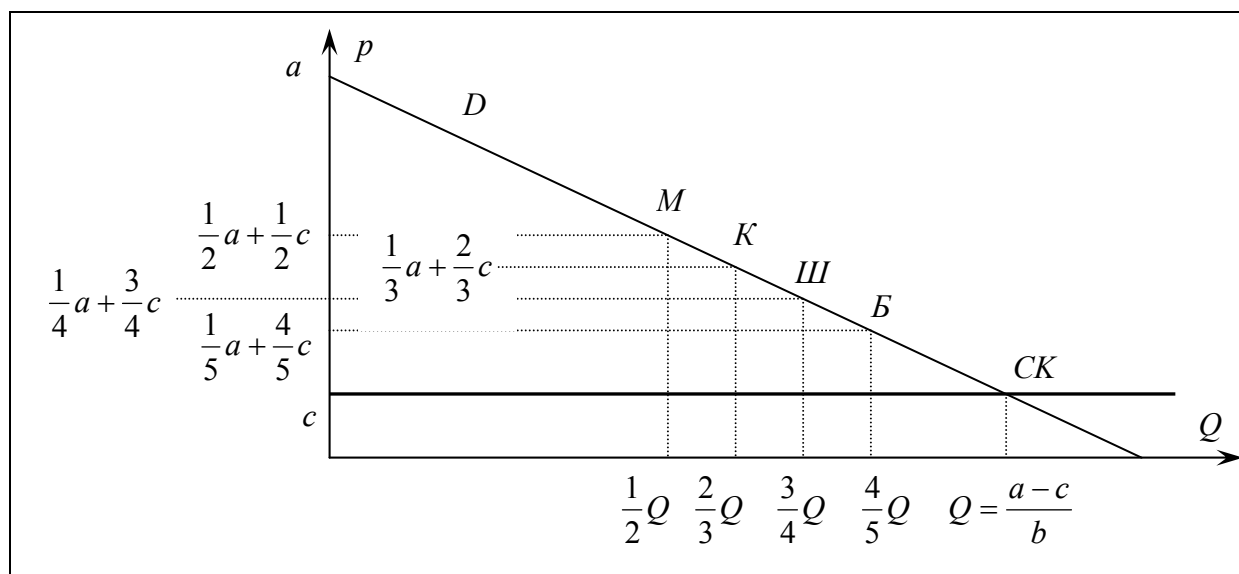


Рис.4. Ситуации равновесия в моделях количественной олигополии.

### *Модель Бертрана*

Классическая модель ценовой олигополии была предложена в 1883 г. Жозефом Бертраном [10] как альтернатива модели Курно. В модели Бертрана каждый из олигополистов принимает уровень цен конкурентов как данный и независимо от всех остальных принимает решение об уровне своей цены.

При предположении о том, что весь спрос достается продавцу, установившему минимальную цену, и одинаковых для всех средних издержках производства  $c$ , единственным равновесием Нэша будет всеобщая продажа продукции по издержкам и, как следствие, нулевая экономическая прибыль. Действительно, при любых ценах конкурентов, превышающих себестоимость, оптимальной стратегией является удешевление продукции с целью захвата всего рынка. Очевидно, конкуренты не захотят мириться с такой ситуацией, тем более что они тоже имеют возможность снизить цены, переманить покупателей и обеспечить себе максимальную при данных условиях прибыль.

Если средние издержки производства  $c_i$  различны, то фирма (одна или несколько) с минимальными издержками устанавливает максимальную цену, блокирующую вход на рынок конкурентов:

$$p_i = \min_{j \in I^*} c_j - \Delta, \quad i \in I^*.$$

Здесь  $I^* = \{i : c_i < c_j, i \in I^*, j \notin I^*\}$  – множество номеров фирм с минимальными издержками. Эти фирмы делят между собой рынок, а остальные вынуждены его покинуть. Однако если издержки фирм различаются незначительно, получаемая при этом прибыль оставшихся участников рынка также будет крайне невелика.

Если бы парадокс Бертрана (нулевые или минимальные экономические прибыли даже при небольшом количестве фирм на рынке, включая дуополию) имел место в действительности, то, не получая прибылей и истощив свои ресурсы в длительных ценовых войнах, крупные фирмы перестали бы заниматься производством, а рынок олигополии прекратил бы свое существование. Однако в реальности это не так. Мы знаем, что крупные фирмы не только не прекращают производство, но представляют собой едва ли не господствующую структуру современной развитой рыночной экономики, получая существенные положительные прибыли в долгосрочном периоде. Каким же образом парадокс Бертрана разрешается на практике?

### *Динамическая ценовая конкуренция*

Рассмотрим ситуацию дуополии. Пусть обе фирмы выбирают стратегию низкой или высокой цены и получают при этом прибыли  $\pi_2 > \pi_1 > \pi_4 > \pi_3$  в следующих ситуациях:

Таблица 1. Зависимость прибылей фирм от выбранных стратегий

Фирма 1 \ Фирма 2	Высокая цена	Низкая цена
Высокая цена	$(\pi_1; \pi_1)$	$(\pi_3; \pi_2)$
Низкая цена	$(\pi_2; \pi_3)$	$(\pi_4; \pi_4)$

Отсюда следует, что доминирующей для каждой фирмы будет стратегия «назначать низкую цену», следовательно, равновесие рынка с низкими ценами будет служить равновесием по Нэшу в неповторяющейся игре. Однако если взаимодействие фирм может продолжаться бесконечно долго, доминирующими могут быть, по крайней мере, две стратегии.

1. *Стратегия «око за око»* – назначить высокую цену в момент  $t$ , если другая фирма назначила высокую цену в момент  $(t-1)$ ; и назначить низкую цену в противном случае.

2. *Стратегия «хищничества»* – назначить низкую цену в любой момент времени вне зависимости от действий конкурента.

Пусть  $\rho$  – заданная вероятность того, что игра будет продолжена в следующий момент времени. Тогда максимальный выигрыш каждой фирмы в результате применения первой стратегии с учетом дисконтирования равен

$$NPV_1 = \pi_1 + \pi_1 \rho \delta + \pi_1 \rho^2 \delta^2 + \dots = \frac{\pi_1}{1 - \rho \delta}.$$

Здесь  $\pi_1$  – прибыль, полученная фирмой, назначающей высокую цену, при условии, что другая фирма также назначает высокую цену;  $\delta$  – дисконтирующий множитель, связанный со ставкой дисконтирования  $r$  формулой  $\delta = 1/(1 + r)$ .

Максимальный выигрыш от применения второй стратегии равен

$$NPV_2 = \pi_2 + \pi_4 \rho \delta + \pi_4 \rho^2 \delta^2 + \dots = \pi_2 + \pi_4 \frac{\rho \delta}{1 - \rho \delta} = \pi_2 - \pi_4 + \frac{\pi_4}{1 - \rho \delta}.$$

Здесь  $\pi_2$  – прибыль, полученная фирмой, назначающей низкую цену, при условии, что другая фирма назначает высокую цену;  $\pi_4$  – прибыль, полученная фирмой, назначающей низкую цену, при условии, что другая фирма назначает низкую цену.

Выбор оптимальной стратегии фирмы, таким образом, зависит от соотношения значений выигрышей по каждому из возможных вариантов. Если  $NPV_1 > NPV_2$ , то стимулов вести ценовую войну у фирм не будет. Проведем ряд преобразований и проинтерпретируем получившееся выражение:

$$NPV_1 > NPV_2 \Leftrightarrow \frac{\pi_1 - \pi_4}{1 - \rho \delta} > \pi_2 - \pi_4 \Leftrightarrow \frac{\pi_2 - \pi_1}{\pi_2 - \pi_4} < \rho \delta.$$

Фирмы отказываются от ценовой войны, если увеличивается вероятность дальнейшего взаимодействия, если увеличивается значимость будущих прибылей, а также если одностороннее снижение цены приводит к не столь

значительному увеличению прибыли, в то время как взаимное снижение цены крайне неприятно для обоих участников.

Данный результат подтвержден и эмпирическими фактами. Роберт Аксельрод, который предложил [11] в качестве разрешения парадокса Бертрана повторяющуюся игру и теоретически исследовал ее, организовал чемпионат. Он пригласил академических коллег со всего мира для разработки компьютерных стратегий. Созданные программы различались по алгоритмической сложности, начальной враждебности, способности к прощению и другим признакам.

Лучшей детерминистской стратегией оказалась стратегия «око за око». Она была простейшей из всех участвовавших, и, тем не менее, показала очень высокие результаты. Еще лучше сработала на практике стратегия «око за око с прощением». Когда оппонент предаёт, на следующем шаге игрок с небольшой вероятностью (1–5%) предлагает сотрудничество. Это позволяет случайным образом выйти из цикла взаимного предательства. Данная стратегия лучше всего работает, когда в игру вводится недопонимание, в частности, когда решение одного игрока сообщается другому с ошибкой.

Конечно, результаты, показываемые различными стратегиями, существенно зависят от статистического распределения встречаемого поведения конкурентов. Однако, анализируя стратегии, набравшие лучшие результаты, Р.Аксельрод назвал несколько условий, необходимых, чтобы стратегия получила высокий результат:

1. *Добрая.* Важнейшее условие – стратегия не должна предавать, пока этого не сделает оппонент. Почти все стратегии-лидеры были добрыми. Поэтому эгоистичная стратегия по чисто эгоистическим причинам не будет первой «бить» соперника.

2. *Мстительная.* Успешная стратегия не должна быть слепым оптимистом. Она должна всегда мстить. Пример немстительной стратегии – «всегда сотрудничать». Это очень плохой выбор, поскольку «подлые» стратегии воспользуются этим.

3. *Прощающая.* Другое важное качество успешных стратегий – уметь прощать. Отомстив, они должны вернуться к сотрудничеству, если оппонент не продолжает предавать. Это предотвращает бесконечное мщение друг другу и максимизирует выигрыш.

4. *Независтливая.* Последнее качество – не пытаться набрать больше очков, чем оппонент (что в принципе невозможно для «доброй» стратегии).

Таким образом, Р.Аксельрод пришел к утопично звучащему выводу, что эгоистичные индивиды во имя своего же эгоистического блага будут стремиться быть добрыми, прощающими и независтливыми.

Еще один важный факт. Если игра повторяется ровно  $N$  раз, единственным равновесием Нэша является стратегия «всегда предавать», что лег-

ко доказывається по індукції. На останньому ході супернику вигідно передати, оскільки у нас не буде можливості відомстити. Раз суперник передасть на останньому ході в будь-якому випадку, економічно вигідно передати на передостанньому ході і т.д. Щоб співпраця залишалася вигідною, необхідно, щоб майбутнє було неопределеним для обох гравців. В частині, в чемпіонатах стратегій число  $N$  задавалося випадковим, а результати підраховувалися по середньому вииграшу за ход.

### *Модель Еджворта*

Альтернативним виходом з парадокса Бертрана є запропонована Френсісом Еджвортом [12] в 1897 г. модель з обмеженнями на виробничі потужності фірм-виробників.

Прийнявши умови (1), (2) і  $c_1 = c_2 = c$  додається обмеження на випуск продукції дуополістів відповідно величинами  $K_1$  і  $K_2$ , такими, що  $K_1 \leq K_2 < (a - c)/b$ . Це означає, що криві середніх і граничних витрат кожної фірми з певного моменту мають вертикальний вигляд: граничні витрати виробництва наступної одиниці стають прагнуть до нескінченності.

В цьому випадку ситуація продажу продукції по витратам не є рівновагою Неша. Насправді, обидві фірми не в стані покрити весь ринок своєю виробництвом. І якщо хтось з них назначить трохи вищу ціну, частину покупців (з тих, чья гранична оцінка даного товару не нижче вказаної ціни) буде змушена купувати продукт у неї. А це означає додативний економічний прибуток дорогої фірми.

Возникає питання, хто буде купувати продукцію дорогої фірми. Перше припущення, що такими будуть випадкові покупці, носить назву схеми *випадкового (пропорційного) раціонування*. В цьому випадку залишковий попит на продукцію дорогої фірми буде пропорційний початковій функції попиту.

Альтернативна гіпотеза *ефективного (паралельного) раціонування* полягає в тому, що якщо продукції не вистачає, в першу чергу її придбають найбільш цінуючі її. В частині, це можна пояснити перепродажем місць в чергах. В цьому випадку по будь-якій ціні залишковий попит на фіксовану величину менше початкового. Звернемо увагу, що ситуація ефективного раціонування менш вигідна для підвищеної ціну виробника, оскільки в залишковий попит не включені люди, готові заплатити максимальну ціну за продукцію.

Ріже розглядається, але в принципі не виключена ситуація *анти-ефективного раціонування*, при якій у дешевій фірмі будуть придбавати продукцію саме ті, хто не в стані платити багато; багаті ж, не готові стояти в чергах, йдуть до дорогому конкуренту.

Более подробно проблема рациионирования изучается в работе [1]. Мы ограничимся графической интерпретацией функции остаточного спроса для всех трех ситуаций (рис.5).

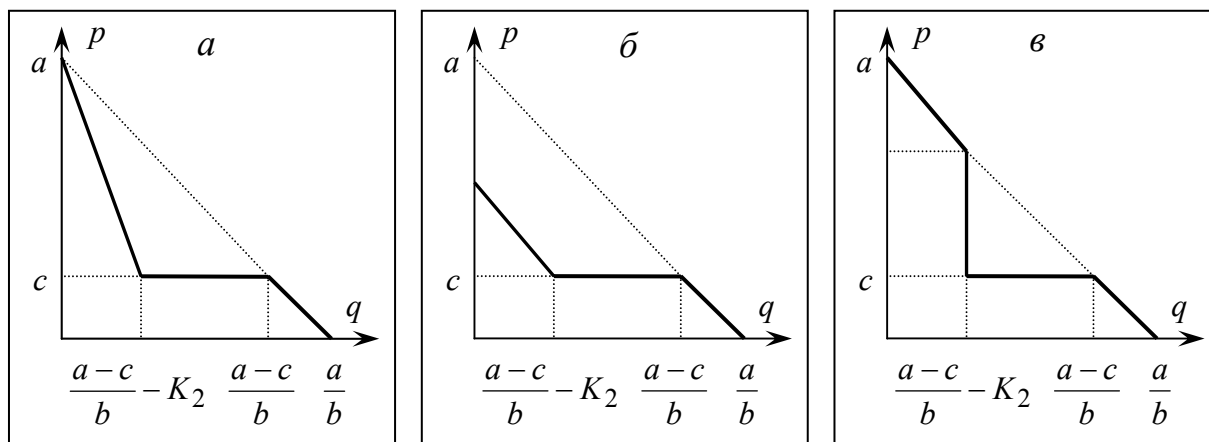


Рис.5. Рационарование: случайное (а), эффективное (б), антиэффективное (в).

Рассмотрим сначала схему случайного рационарования. Итак, если вторая фирма устанавливает цену  $c$ , она не в состоянии удовлетворить весь отраслевой спрос. Таким образом, первая фирма в состоянии увеличить свою цену, работая на остаточном спросе и получая положительную экономическую прибыль. Поскольку остаточный спрос, как и исходный, является линейной функцией, оптимум будет находиться ровно посередине между максимальной ценой  $a$  и издержками  $c$ :  $p_1 = (a + c)/2$ . Объем продаж будет равен  $q_1 = (a - c)/2b - K_2/2$ , а прибыль  $\pi_1 = (p_1 - c)q_1 > 0$ .

Вторая фирма в ответ на это устанавливает цену чуть ниже, с целью захвата большей части рынка, после чего начинается ценовая война, в результате которой цены снижаются до некоторого критического уровня  $p^* > c$ , при котором первой фирме снова выгодно поднять цены до уровня  $p_1$ , после чего цикл постепенного снижения цен начинается сначала.

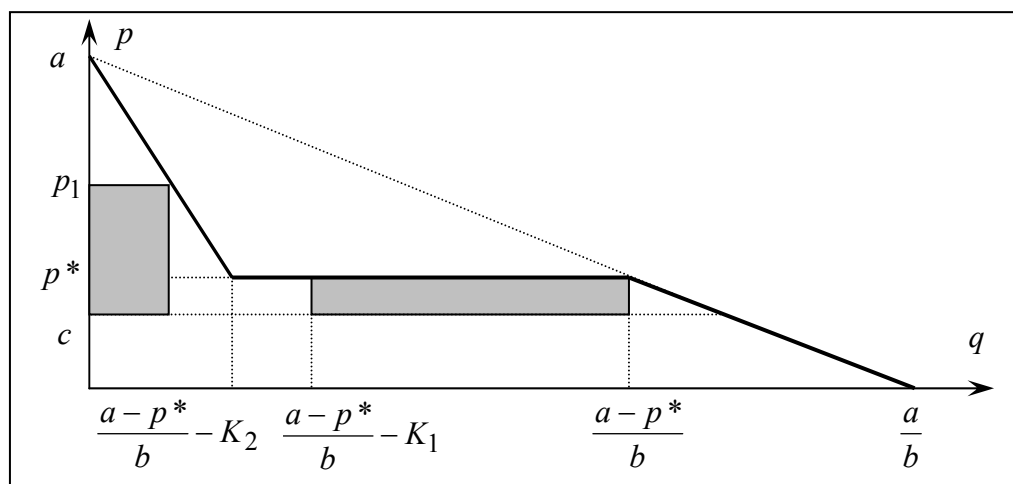


Рис. 6. Поведение фирм в условиях случайного рационарования.

Пусть вторая фирма установила цену  $p$ . Тогда у первой имеются следующие две стратегии:

1. *Подрезать цену*, установив ее на уровне чуть ниже цены конкурента.

2. *Поднять цену* до уровня  $p_1$  и максимизировать прибыль (подобно монополии) на остаточном спросе.

При продолжении снижения цены первая фирма захватит большую часть рынка (будет в состоянии продать весь произведенный продукт  $K_1$ ) и получит прибыль (пренебрегая малыми отклонениями)

$$\pi_1^- = (p - c)K_1. \quad (21)$$

При повышении цены до уровня  $p_1$  фирма работает на остаточном спросе, продает продукцию в объеме

$$q_1 = \frac{\frac{a-p}{b} - K_2}{\frac{a-p}{b}} \frac{a-p_1}{b} = \frac{(a-p-bK_2)(a-p_1)}{b(a-p)} = (a-p_1) \left( \frac{1}{b} - \frac{K_2}{a-p} \right)$$

и получает прибыль

$$\pi_1^+ = (p_1 - c)q_1 = \frac{(a-c)^2}{4} \left( \frac{1}{b} - \frac{K_2}{a-p} \right). \quad (22)$$

Фирма выбирает свою стратегию исходя из соотношения прибылей (21) и (22). Критическая цена  $p^*$  находится из равенства  $\pi_1^- = \pi_1^+$  и решения соответствующего квадратного уравнения относительно  $p$ .

Заметим, что в данной модели не будет статического равновесия. Если конкурент установил цену выше  $p^*$ , оптимальная стратегия – подрезать цену, если  $p^*$  и ниже – поднять до уровня  $p_1$ . Но ни в одном случае мы не остановимся на некотором фиксированном уровне.

Второе замечание связано с тем, что первой поднимать цену, уходя на остаточный спрос, всегда будет фирма с меньшими производственными мощностями (в нашем случае первая фирма:  $K_1 \leq K_2$ ). Второй при уровне  $p^*$  будет однозначно выгоднее продолжать подрезать цену конкурента.

Случай эффективного рационирования отличается тем, что функция остаточного спроса сдвигается параллельно функции исходного спроса. Величина этого сдвига определяется объемом производственных мощностей  $K_2$  конкурента. Критическая цена  $p^*$ , при которой фирме будет выгодно переходить на остаточный спрос, будет меньше, чем при случайном рационировании. Оптимальная цена  $p_1$  также будет ниже, чем при случайном рационировании. Более того, она также будет связана с производственными мощностями конкурента формулой

$$p_1 = \frac{a + c - bK_2}{2}.$$

При повышении цены до уровня  $p_1$  фирма будет продавать продукцию в объеме  $q_1 = (a - p_1)/b - K_2$ , не зависящем от цены  $p$  конкурента, и получать также не зависящую от цены конкурента прибыль

$$\pi_1^+ = (p_1 - c)q_1 = \frac{a - c - bK_2}{2} \left( \frac{a - c}{2b} - \frac{K_2}{2} \right) = \frac{(a - c - bK_2)^2}{4b}.$$

При подрезании цены прибыль будет вычисляться по формуле (21).

Как и прежде, критическая цена  $p^*$  будет находиться из равенства прибылей  $\pi_1^- = \pi_1^+$ , и в данном случае легко вычисляется аналитически:

$$\frac{(a - c - bK_2)^2}{4b} = (p - c)K_1 \Leftrightarrow p^* = \frac{(a - c - bK_2)^2}{4bK_1} + c.$$

Изобразим на графике (рис.7) поведение фирм в условиях эффективного рационирования.

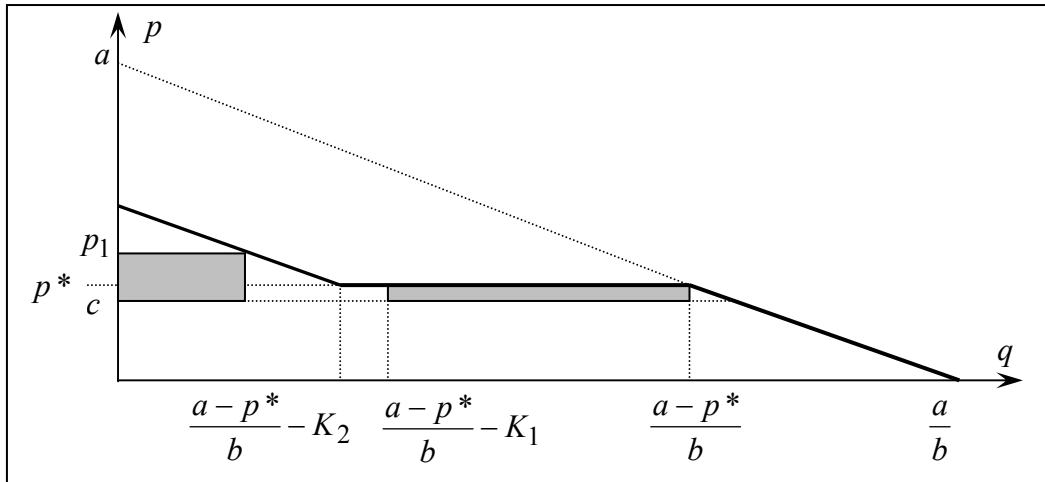


Рис. 7. Поведение фирм в условиях эффективного рационирования.

#### Модели с возрастающими предельными издержками

Существование жесткого ограничения по мощности составляет частный случай технологии с убывающей отдачей от масштаба. В модели Эджворта фирма имеет предельные издержки  $c$  вплоть до границы по мощности, а затем бесконечно большие. В общем случае предельные издержки могут просто возрастать вместе с выпуском. Действительно, за исключением особых случаев, фирма имеет возможность увеличить объем производства выше его эффективного уровня, например за счет аренды дополнительного оборудования, использования имеющегося оборудования с интенсивностью, превышающей эффективную, сверхурочной работы. Затраты при этом увеличиваются, однако, как правило, они не бесконечны.

Изобразим графически (рис. 8–10) три случая: постоянную отдачу от масштаба, означающую фиксированный размер  $c$  предельных издержек, убывающую отдачу от масштаба, означающую увеличение (возможно, начиная с некоторого уровня) себестоимости продукции с ростом производства, и жесткое ограничение по мощности, рассмотренное в модели Эджворта.



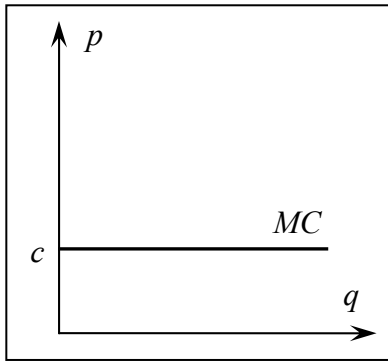


Рис.8. Постоянная отдача от масштаба.

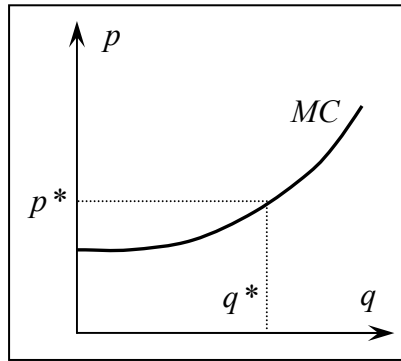


Рис.9. Убывающая отдача от масштаба.

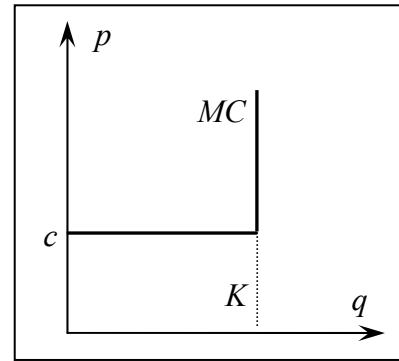


Рис.10. Ограничение по мощности.

В случае возрастающих предельных издержек можно ожидать следующего естественного обобщения ситуации постоянной отдачи от масштаба: цена  $p^*$  на рынке определяется решением системы

$$p^* = MC_1(q_1) = \dots = MC_n(q_n), \quad q_1 + q_2 + \dots + q_n = q_D(p^*).$$

Поскольку функции предельных издержек всех конкурентов монотонно возрастающие, система имеет единственное решение, в котором фирмы получают положительную прибыль. Проиллюстрируем на рис.11 эту ситуацию для дуополии с одинаковыми функциями предельных издержек и, как следствие, одинаковыми объемами производства  $q_1 = q_2 = q^*$ . Прибыль фирмы равна площади заштрихованной области.

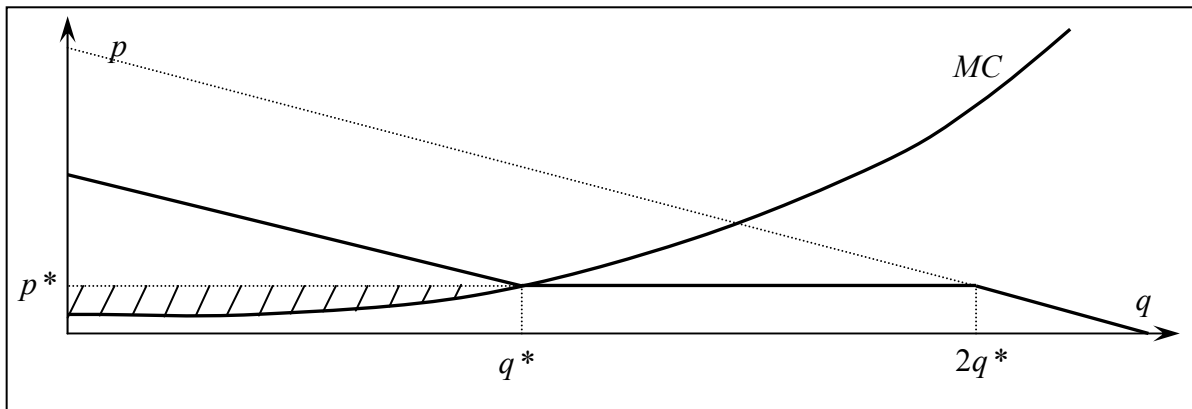


Рис.11. Конкурентная цена и объем продаж дуополистов.  
Убывающая отдача от масштаба.

Однако нетрудно заметить, что назначение всеми фирмами конкурентной цены  $p^*$  в общем случае не является равновесным. При одностороннем повышении цены увеличение удельной прибыли оказывается более значимым, чем потеря части покупателей.

Нахождение равновесия (или равновесий, если их много) при возрастающих предельных издержках нередко является сложной задачей. В частности, в общем случае равновесие существует только в смешанных стратегиях. Но одно свойство выдерживается всегда: цены обеих фирм превы-

шают конкурентную цену. Этот результат формализует представление о том, что убывающая отдача от масштаба смягчает ценовую конкуренцию. Более подробно данная модель исследована в работах М.Бекмана [13] для случайного рационирования и Р.Левитана и М.Шубика [14] для эффективного рационирования.

#### *Модели с дифференцированным продуктом*

Еще одним выходом из парадокса Бертрана является дифференциация продукта. Действительно, до сих пор мы считали, что продукты совершенно взаимозаменяемы, и все потребители делают покупки у производителя, назначившего самую низкую цену. В то же время практически любой продукт можно считать дифференцированным.

Как минимум, различные потребители проживают в разных местах, и расположение продавцов существенным образом влияет на их предпочтения: помимо цены товара потребители оплачивают транспортные издержки, тем большие, чем большее расстояние отделяет их от продавца. Именно эта интерпретация была предложена Г.Хотеллингом в *модели линейного города* [15] и С.Сэлопом в *модели кругового города* [16]. В другой интерпретации, связанной с качеством товара, обслуживанием и сервисом, потребители, имеющие разнородные вкусы, получают некоторую дополнительную полезность в результате потребления самого предпочитаемого ими блага, и готовы за это платить.

При этом фирмы не могут располагаться в каждом потенциальном месте покупки (в частности, из-за постоянных издержек). Следовательно, они на первом шаге выбирают свое местоположение, а на втором, ориентируясь также на местоположение и цены конкурентов, свою цену продукции.

Можно заметить, что фирмы, продающие одинаковую продукцию, обычно не желают располагаться в одном и том же месте. Причиной этого является парадокс Бертрана – производители совершенных заменителей сталкиваются с неограниченной ценовой конкуренцией. В противоположность этому дифференциация (как по расположению, так и по качествам продукта) позволяет создать клиентуру (занять «рыночную нишу») и пользоваться некоторой рыночной властью над ней.

Рассмотрим простейшую модель [4]. Пусть товар, производимый с издержками  $c$ , в каждой из двух фирм пользуется спросом, описываемым уравнениями

$$q_1(p_1, p_2) = a - bp_1 + dp_2, \quad q_2(p_1, p_2) = a - bp_2 + dp_1,$$

где  $0 < d < b$ ,  $a > c(b - d)$ .

Видим, что прямая ценовая эластичность спроса отрицательна, а перекрестная эластичность – положительна (что следует из знаков коэффициентов при ценах). Если цена в фирме достаточно велика по сравнению с ценой конкурента, то следствием будет отсутствие покупателей. Однако

при небольшой разнице цен некоторая часть покупателей остается верной продукции более дорогой фирмы.

Условие  $d < b$  означает, что если цены товаров в обеих фирмах вырастут на одну и ту же величину, объем спроса в них сократится. Условие  $a > c(b - d)$  означает, что если обе фирмы назначат цены на уровне предельных издержек, объемы спроса на их товары будут положительными.

Определим результат такого взаимодействия, т.е. найдем набор цен  $(p_1^*, p_2^*)$ , максимизирующий прибыль каждой из фирм:

$$\pi_1 = (p_1 - c)(a - bp_1 + dp_2) \rightarrow \max_{p_1},$$

$$\pi_2 = (p_2 - c)(a - bp_2 + dp_1) \rightarrow \max_{p_2}.$$

Продифференцировав функции прибыли по  $p_1$  и  $p_2$  получим кривые реакции

$$p_1 = \frac{a + bc + dp_2}{2b}, \quad p_2 = \frac{a + bc + dp_1}{2b}.$$

Решив данную систему, имеем:

$$p_1^* = p_2^* = \frac{a + bc}{2b - d} = c + \frac{a - c(b - d)}{2b - d} > c.$$

Таким образом, дифференциация товара также смягчает ценовую конкуренцию, т.е. соперничество фирм не ведет к полному исчезновению их прибылей.

Некоторым недостатком простейшей модели является то, что суммарный спрос на рынке одинаково реагирует на снижение цены как в дешевой, так и в дорогой фирме:

$$Q(p_1, p_2) = q_1(p_1, p_2) + q_2(p_1, p_2) = 2a - (b - d)p_1 - (b - d)p_2.$$

В то же время интуитивно понятно, что расширение рынка происходит в первую очередь при снижении цены в дешевой фирме, ориентированной на менее обеспеченных людей. Понижение же цены в дорогой фирме приводит в основном к перераспределению покупателей между фирмами. Исследование данной ситуации, продемонстрировавшее возможность получения асимметричных равновесий Нэша, осуществлено в [17].

### **Модели олигополии со сговором**

Предшествующий анализ предполагал мгновенную конкуренцию: фирмы одновременно назначали цены, получали соответствующие прибыли и исчезали. На практике, однако, фирмы могут взаимодействовать неоднократно. Долгосрочные инвестиции, технологические знания, а также ограничения входа способствуют долговременным взаимодействиям в относительно устойчивом множестве фирм. При этом, как отмечено выше, повторение игры – одно из решений парадокса Бертрана.

Эдвард Чемберлин [18] высказал предположение, что в условиях олигополии, производящей однородный продукт, фирмы признают свою

взаимозависимость и будут поддерживать монопольную цену без явного сговора. Если каждый будет добиваться максимальной прибыли разумно и рационально, то он поймет, что при наличии лишь двух или нескольких продавцов его собственное действие оказывает значительное влияние на конкурентов, которые не будут мириться с потерями, не оказывая противодействия. А поскольку снижение цены, предпринятое кем бы то ни было, приведет к снижению цен остальных и уменьшению его собственных прибылей, то несмотря на то, что продавцы полностью независимы, равновесный результат будет таким же, как если бы между ними существовало монополистическое соглашение.

Ценовым лидером чаще всего может выступать фирма, являющаяся потенциальным победителем в ценовой войне:

1. *Доминирующая фирма* – фирма, владеющая большей долей на рынке, и, как следствие, обладающая большими ресурсами, позволяющими дольше других выдерживать ценовую войну. Доминирующая фирма часто выпускает продукт более высокого качества, чем аутсайдеры. При этом высокое качество продукта определяется не только внутренними свойствами выпускаемого товара, но и рекламой, репутацией фирмы или тем, что данная фирма давно производит данный товар, в результате чего у потребителей вырабатывается приверженность марке.

2. *Группа относительно небольших фирм, заключивших картельное соглашение* между собой. Координация деятельности фирм, заключивших соглашение, оказывает такое же влияние на рыночную цену, что и одна крупная фирма.

3. *Фирма с минимальными издержками*, позволяющими установить более низкую, чем у остальных, цену и выиграть ценовую войну. Причинами более низких издержек может быть использование более эффективных технологий и более качественных ресурсов (включая лучший менеджмент), а также возрастающая отдача от масштаба.

4. *Барометрический лидер* – фирма, более тонко чувствующая конъюнктуру спроса, что позволяет ей получать большие, чем у конкурентов, прибыли и дольше выдерживать ценовую войну. Также барометрический лидер обычно обладает способностью эффективнее использовать накопленный опыт.

Лидер регулирует уровень рыночной цены и берет на себя ответственность за приспособление цены к изменяющимся условиям рынка. На рынке кроме лидера предлагает товар значительное число фирм, образующих конкурентное окружение. Они принимают цену, установленную лидером и определяют оптимальный объем производства из условия максимизации прибыли. Цена доминирующей фирмы может служить своего рода «ценовым зонтиком» для фирм-аутсайдеров.

### Модель Форхаймера

Пусть на рынке однородного товара со спросом  $Q = Q_D(p)$  действует фирма, претендующая на ценовое лидерство, и  $n$  фирм конкурентного окружения. Лидер (обозначенный нулевым номером) предлагает последователям продавать продукцию по цене  $p$ , превышающей издержки. Фирмы-последователи, опасаящиеся ценовой войны, принимают предложение, а оптимальные объемы производства определяют исходя из максимизации собственной прибыли:

$$q_i^*(p) = \arg \max_{q_i} \pi_i(p, q_i) = \arg \max_{q_i} (pq_i - TC_i(q_i)), \quad i = 1, \dots, n. \quad (23)$$

Заметим, что условие (23) эквивалентно нахождению  $q_i^*(p)$  из равенства

$$p = MC_i(q_i) = TC_i'(q_i), \quad i = 1, \dots, n.$$

В совокупности все последователи будут производить продукцию в объеме  $\sum(q_i^*(p))$ . Тогда на долю лидера выпадает остаточный спрос

$$Q_{ocm}(p) = Q_D(p) - \sum(q_i^*(p)).$$

Лидер выбирает оптимальную цену исходя из максимизации прибыли на остаточном спросе:

$$p^* = \arg \max_p (pQ_{ocm}(p) - TC_0(Q_{ocm}(p))).$$

Сделаем два замечания относительно представленной модели. Во-первых, необходимым условием получения такого решения является знание фирмой-лидером функции рыночного спроса и функций предложения фирм-конкурентов. Во-вторых, функции предельных издержек всех конкурентов должны иметь возрастающий участок (участок убывающей отдачи от масштаба). В противном случае возможно существенное расширение предложения конкурентов и фактический захват рынка ими.

В краткосрочном периоде указанная стратегия позволяет доминирующей фирме получать положительную прибыль, однако если предположить возможность входа на рынок новых фирм-последователей, проблема ценообразования становится не такой простой. У доминирующей фирмы появляется необходимость выбора, по крайней мере между двумя альтернативами:

1. Не обращая внимания на возможность входа в отрасль новых фирм-последователей, *максимизировать прибыль*.
2. *Устанавливать низкую цену*, устраняющую стимулы входа в отрасль.

Рассмотрим первую возможность. Если доминирующая фирма назначает высокую цену, которая позволяет конкурентным фирмам получать экономическую прибыль, то у конкурентных фирм будут стимулы расширять объем выпуска. Кроме того, новые фирмы, привлеченные положительной прибылью в отрасли, войдут на рынок. В результате предложение товара увеличится, кривая остаточного спроса доминирующей фирмы пе-

реместится влево, доля доминирующей фирмы на рынке будет уменьшаться, сокращая рыночную власть фирмы. Такая ценовая политика высоких цен доминирующей фирмы носит название «самоубийственной».

Величина потерь доминирующей фирмы, возникающих из-за следования «самоубийственной» ценовой политике, зависит от того, насколько существенны ее преимущества в издержках. Если доминирующая фирма преимуществом в издержках не обладает, в долгосрочном периоде она может быть вытеснена из отрасли фирмами-последователями. В этом состоит одно из главных ограничений монопольной власти на рынке доминирующей фирмы в конкурентном окружении, действующее в долгосрочном периоде.

Формализуем модель Форхаймера для случая линейного спроса (1), одинаковых фирм-последователей и квадратичных издержек производства. Предположим, что

$$TC_i(q_i) = dq_i^2 + cq_i + f, \quad i = 1, \dots, n, \quad d > 0, \quad c > 0, \quad f > 0.$$

Пусть также задана функция издержек ценового лидера

$$TC_0(q_0) = d_0q_0^2 + c_0q_0 + f_0, \quad d_0 > 0, \quad c_0 > 0, \quad f_0 > 0.$$

При цене  $p$  оптимальный объем производства последователей составит

$$p = 2dq_i + c \Leftrightarrow q_i = (p - c)/2d.$$

Остаточный спрос ценового лидера окажется равен

$$q_0 = Q - nq_i = \frac{a - p}{b} - \frac{p - c}{2d}n = \left(\frac{a}{b} + \frac{nc}{2d}\right) - \left(\frac{1}{b} + \frac{n}{2d}\right)p, \quad (24)$$

откуда легко получить

$$p = \frac{2ad + nbc}{2d + nb} - \frac{2bd}{2d + nb}q_0. \quad (25)$$

Выпишем максимизируемую функцию прибыли ценового лидера

$$\pi_0 = pq_0 - TC_0(q_0) = \frac{2ad + nbc}{2d + nb}q_0 - \frac{2bd}{2d + nb}q_0^2 - d_0q_0^2 - c_0q_0 - f_0 \rightarrow \max_{q_0}.$$

Приравняем производную к нулю

$$\left(2d_0 + \frac{4bd}{2d + nb}\right)q_0 = \frac{2ad + nbc}{2d + nb} + c_0, \quad q_0 = \frac{2d(a - c_0) + nb(c - c_0)}{4dd_0 + 2d_0nb + 4bd}.$$

Подставим полученное выражение в (25) для определения оптимальной цены. После ряда преобразований запишем следующую формулу:

$$p = c + \frac{a - c}{1 + \frac{nb}{2d} + \frac{b}{d_0}} + \frac{a - c}{\left(1 + \frac{nb}{2d}\right)\left(2 + \frac{2d_0}{b} + \frac{nd_0}{d}\right)} + \frac{c_0 - c}{2 + \frac{2d_0}{b} + \frac{nd_0}{d}}. \quad (26)$$

Если ввести обозначения

$$x = 1 + \frac{nb}{2d}, \quad y = 2 + \frac{2d_0}{b} + \frac{nd_0}{d}, \quad z = \frac{b}{d_0},$$

то выражение (26) примет вид

$$p = c + \frac{a - c}{x + z} + \frac{a - c}{xy} + \frac{c_0 - c}{y}.$$

Вход последователей ожидается до тех пор, пока будет сохраняться положительная прибыль, т.е.

$$\pi_i(n) = pq_i - TC_i(q_i) = \left( c + \frac{a - c}{x + z} + \frac{a - c}{xy} + \frac{c_0 - c}{y} \right) \frac{p - c}{2d} - d \left( \frac{p - c}{2d} \right)^2 - c \frac{p - c}{2d} - f \geq 0.$$

Получив максимальное значение  $n$  числа фирм-последователей, удовлетворяющее данному неравенству, подставим его в формулы (24), (25) для нахождения цены и объема продаж ценового лидера.

Рассмотрим численный пример. Пусть спрос задан выражением  $Q = 1200 - p$  (тыс. шт.), а издержки производства фирм-последователей –  $TC_i(q_i) = 5q_i^2 + 300q_i + 2000$  (тыс. руб.). Пусть фирма-лидер характеризуется более медленным ростом предельных издержек  $TC_0(q_0) = q_0^2 + 300q_0 + 2000$  (тыс. руб.). Если на рынке окажется 5 конкурентов, лидер устанавливает цену  $p = 780$  (руб.) и производит продукцию в объеме  $q_0 = 180$  (тыс.шт.), получая прибыль  $\pi_0 = 52000$  (тыс. руб.). Последователи производят продукцию в объеме  $q_i = 48$  (тыс. шт.), получая прибыли  $\pi_i = 9520$  (тыс. руб.).

Положительные прибыли привлекают на рынок новых производителей, максимальное число которых равно 30. Тридцать первый последователь уводит прибыли всех фирм, кроме лидера, в отрицательную область. Прибыли лидера существенно сокращаются с ростом числа последователей, однако остаются положительными. Сведем сложившиеся на рынке цены, объемы продаж и прибыли в зависимости от числа конкурентов (табл.2).

Таблица 2. Зависимость экономических показателей от числа фирм-последователей

$n$	$p$	$q_i$	$q_0$	$Q$	$\pi_i$	$\pi_0$
5	780	48	180	420	9520	52000
10	675	37,5	150	525	5301	31750
20	562,5	26,25	112,5	637,5	1445	14875
<b>30</b>	<b>502,5</b>	<b>20,25</b>	<b>90</b>	<b>697,5</b>	<b>50</b>	<b>8125</b>
31	498	19,8	88,24	702	-40	7684

Фирма-лидер может пользоваться как более медленным, чем у последователей, ростом предельных издержек  $d_0 < d$  (в этом случае преимущества начинают сказываться при значительных объемах производства), так и их меньшей изначальной величиной  $c_0 < c$ . Однако если фирма не обладает конкурентными преимуществами, она рискует потерять все прибыли, если будет пускать на рынок конкурентов. При большом объеме продаж более выгодным является преимущество лидера от эффекта мас-

штаба, однако при существенном сокращении спроса лучше обладать абсолютными преимуществами.

Сведем информацию о сложившихся на рынке ценах, максимальном числе последователей, объемах продаж и прибылях для разобранного примера в случае исходного спроса, половинного спроса, спроса, составляющего одну пятую и одну пятнадцатую от исходного. В таблицах 3–6 представлены ситуации преимущества лидера от эффекта масштаба ( $d_0 = 1$ ), абсолютного преимущества в издержках ( $c_0 = 200$ ), двойного преимущества ( $d_0 = 1, c_0 = 200$ ) и отсутствия конкурентных преимуществ ( $d_0 = d = 5, c_0 = c = 300$ ).

Таблица 3. Зависимость экономических показателей для  $d_0 = 1, c_0 = 300$  (преимущество лидера от эффекта масштаба)

Показатель	$n$	$p$	$q_i$	$q_0$	$Q$	$\pi_i$	$\pi_0$
$Q$	30	502,5	20,3	90	697,5	50	8125
$Q/2$	13	505,4	20,5	80,4	347,3	109	8045
$Q/5$	4	506,3	20,6	56,3	138,8	127	6438
$Q/15$	1	505,7	20,6	25,7	46,3	116	2629

Таблица 4. Зависимость экономических показателей для  $d_0 = 5, c_0 = 200$  (абсолютное преимущество лидера)

Показатель	$n$	$p$	$q_i$	$q_0$	$Q$	$\pi_i$	$\pi_0$
$Q$	33	502,4	20,2	29,6	697,6	49	2571
$Q/2$	16	500,6	20,1	28,7	349,7	12	2509
$Q/5$	5	517,5	21,8	27,8	136,5	364	2960
$Q/15$	1	534,6	23,5	20,9	44,4	50	2809

Таблица 5. Зависимость экономических показателей для  $d_0 = 1, c_0 = 200$  (двойное преимущество лидера)

Показатель	$n$	$p$	$q_i$	$q_0$	$Q$	$\pi_i$	$\pi_0$
$Q$	28	501,8	20,2	133,3	698,2	35	20456
$Q/2$	11	507,9	20,8	117,3	346,0	162	20362
$Q/5$	3	506,7	20,7	76,7	138,7	136	15633
$Q/15$	0	731,3	–	31,3	31,3	–	13625

Таблица 6. Зависимость экономических показателей для  $d_0 = 5, c_0 = 300$  (отсутствие конкурентных преимуществ лидера)

Показатель	$n$	$p$	$q_i$	$q_0$	$Q$	$\pi_i$	$\pi_0$
$Q$	34	500,1	20,0	19,6	699,9	2	1
$Q/2$	16	505,0	20,5	19,6	347,5	101	96
$Q/5$	6	502,5	20,3	18,0	139,5	50	25
$Q/15$	1	561,8	26,2	16,4	42,5	1427	945



### *Картель и конкурентное окружение*

Довольно распространенной является ситуация, когда в роли ценового лидера выступает картель – объединение фирм, одновременно ограничивающих поставки продукции на рынок в целях повышения цены и максимизации прибыли. При этом не все фирмы отрасли могут участвовать в картельных соглашениях.

Действительно, фирма конкурентного окружения получает двойную прибыль – как за счет более высоких цен, установившихся благодаря сокращению объемов продаж картеля, так и за счет превышения выпуска продукции над установленными квотами (одна фирма слабо повлияет на ценовую ситуацию на рынке даже при существенном увеличении ею объемов продаж).

Также данная ситуация «картель + конкурентное окружение» может сложиться после частичного распада картеля или в результате вхождения в отрасль новых независимых производителей, привлеченных повышенными ценами и прибылями. Если картель не в состоянии блокировать появление новых фирм, последние пополняют конкурентное окружение.

В [19] исследована зависимость экономических показателей (цен, объемов продаж, прибылей) от степени монопольной власти. Показано, что заключение картельных соглашений приводит к существенному совокупному повышению прибылей фирм отрасли, тем более значительному, чем больше фирм присоединяется к картелю.

В то же время картель не является устойчивым объединением, поскольку доминирующей стратегией отдельной фирмы становится нарушение квот. Причем стремление нарушить квоты усиливается с ростом рыночной доли картеля. Это объясняется тем, что именно при сильном картеле максимально ограничиваются продажи и максимально поднимаются рыночные цены. Неустойчивость соглашений приводит к тому, что отсутствие возможности фирм отслеживать выпуск друг друга и наказывать за обман может способствовать частичному или полному распаду картеля.

Нетривиальными при формировании картеля остаются задачи определения квот, а также перераспределения полученной прибыли между фирмами в случае картеля с побочными платежами. Особенно усложняется ситуация при существенных различиях в издержках. Возможно возникновение ситуаций, в которых с точки зрения максимизации прибыли картеля ряд фирм с более высокими издержками должны существенно сократить производство или вообще уйти с рынка (оптимальное решение для них  $q_i^k = 0$ ), но это невыгодно (а часто и затруднено по технологическим соображениям) для последних. В свою очередь фирмы с более низкими издержками не будут склонны материально поддерживать остальных, и ситуация рискует перерасти в классическую ценовую войну.

Также сложна проблема возможного появления в отрасли новых участников, что может в немалой степени уменьшить прибыли фирм, изначально работающих на рынке. Изучим подробнее вопрос о возможности ограничения входа на рынок.

### **Модели с барьерами входа**

Под входным барьером будем понимать всё, что позволяет укоренившимся фирмам получать сверхприбыли без угрозы входа. Иногда барьеры ставит государство. Примерами этого могут быть лицензии, патенты, разрешения на деятельность. Но чаще возведение барьеров осуществляют сами фирмы, находящиеся на рынке. Джой Бэйн в [20] выделил четыре элемента рыночной структуры, которые влияют на способность ограничивать вход на рынок:

1. *Абсолютные преимущества в издержках.* Укоренившиеся фирмы в состоянии установить цену на уровне ниже минимума средних издержек фирм-последователей. Это полностью блокирует вход конкурентов в отрасль.

2. *Положительный эффект масштаба.* Более низкие издержки на единицу продукции могут быть достигнуты за счет большего объема выпуска укоренившихся фирм (часто единственной). При входе конкурентов на рынок, они занимают только часть рынка, и на этих объемах не в состоянии получить экономическую прибыль.

3. *Преимущества продуктовой дифференциации.* Для избежания острой ценовой конкуренции фирмы стремятся дифференцировать свои продукты. Поэтому потенциальные новички ищут на рынке незаполненные ниши. Чтобы ограничить вход, укоренившиеся фирмы могут попытаться заполнить все пространство продуктов, не оставив ни одной свободной прибыльной зоны.

4. *Потребности в капитале.* Новички могут столкнуться с трудностями в поисках финансирования из-за риска для кредиторов. Во-первых, банки менее склонны предоставлять кредиты новичкам, нежели известным фирмам. Во-вторых, их росту могут препятствовать убытки, причиняемые укоренившимися фирмами в целях ограничения возможности в поисках финансирования для новых инвестиций.

Бэйн также предложил различать три возможных ситуации, сложившиеся на рынке относительно угрозы входа новичков:

1. *Блокированный вход.* Укоренившиеся фирмы конкурируют, не обращая внимания на возможный вход новичков. Но даже отсутствие специальных мер, ограничивающих вход, не делает рынок привлекательным для новых фирм. Угроза входа практически отсутствует.

2. *Сдерживаемый вход.* Вход невозможно блокировать, но укоренившиеся фирмы модифицируют свое поведение так, чтобы эффективно мешать входу.

3. *Предоставляемый вход.* Укоренившиеся фирмы (каждая в отдельности) находят более выгодным позволить новичкам войти, нежели возводить дорогостоящие входные барьеры.

#### *Модель Бэйна*

Выбор стратегии поведения в многопериодной модели Бэйна [20] осуществляется на основе сравнения дисконтированной ценности потока прибыли, которую получит укоренившаяся фирма, препятствуя входу потенциальных конкурентов (при этом угроза входа отсутствует или незначительна), и потока прибыли, который фирма получит, максимизируя прибыль в краткосрочном периоде (вход конкурентов вероятен).

Очевидно, что выбор между двумя стратегиями будет зависеть не только от размера прибыли в том и другом случае, но и от дисконтирующего множителя  $\delta$ , отражающего предпочтение фирмы по отношению к будущим и текущим суммам денег, и от уровня хозяйственного риска. Чем ниже дисконтирующий множитель и выше уровень хозяйственного риска, тем предпочтительнее оказывается стратегия максимизировать сегодняшнюю прибыль, не обращая внимания на угрозу потенциального входа.

#### *Модель Модильяни*

В модели Модильяни [21] формализована ситуация относительного преимущества в издержках, связанного с положительным эффектом масштаба. Эта модель, в частности, адекватно описывает ситуацию в отрасли, характеризующейся высокими постоянными издержками, которые делают невыгодной работу на небольших объемах производства.

Обратим внимание, что модель Модильяни предусматривает низкую скорость входа новых фирм на рынок: лидер успеваешь назначить ограничивающую вход цену. Если бы новые фирмы могли войти в отрасль мгновенно, ничто не препятствовало бы им поменяться местами со старой фирмой, назначив еще более низкую цену. Хотя это ничего не меняет с точки зрения результатов модели: количество производителей в отрасли остается прежним.

Уровень ограничивающей вход цены зависит от превышения цены над уровнем издержек при минимально эффективном выпуске. Чем больше уровень минимально эффективного выпуска по отношению к размеру рынка и чем меньше эластичность спроса, тем больше возможности для отклонения цены от уровня издержек и тем выше возможности проводить политику ограничивающего вход ценообразования.

#### *Модель Джелмана–Сэлопа*

В модели Джелмана–Сэлопа [22] возможный отказ лидера от агрессивной политики ограничения входа связан с тем, что новичок входит на рынок с низкой ценой  $p_2$  и малым объемом производства  $K_2$ . Лидер

может либо закрыть вход, установив цену  $p_1 = p_2 - \varepsilon$  (что невыгодно для последователя), либо максимизировать свою прибыль на остаточном спросе, зависящем от типа рационирования. В частности, при эффективном рационировании остаточный спрос равен исходному за вычетом  $K_2$ .

Оптимальная стратегия последователя заключается в установлении цены и объема производства, максимизирующих прибыль при условии, что лидеру будет выгоднее политика предоставления входа. При издержках производства  $c_1$  и  $c_2$  задача примет вид

$$(p_2 - c_2)K_2 \rightarrow \max_{p_2, K_2}, \quad \max_{p_1} (p_1 - c_1)(D(p_1) - K_2) \geq (p_2 - c)D(p_2).$$

#### *Модель Спенса*

Если в модели Джелмана–Сэлопа стратегической переменной является цена, то модель Спенса [23] развивает идеи, заложенные в моделях количественной олигополии Курно и Штакельберга. Модель Спенса можно интерпретировать как модель последовательного выбора мощностей. Это означает, что, хотя конкуренция на продуктовом рынке определяет рыночную цену в краткосрочном периоде, в долгосрочном периоде фирмы конкурируют в накоплении мощностей. Преимущество укорененности (возможность раннего накопления капитала) побуждает укоренившиеся фирмы накапливать большие мощности. При этом покупка оборудования, если она наблюдается соперниками, может иметь стратегические последствия: конкуренты могут интерпретировать ее как сигнал о потенциально возможном снижении цены и, как следствие, низкой прибыльности рынка, и могут снизить масштаб своего входа или вообще не появиться в отрасли.

#### *Модель Милгрота–Робертса*

В модели Милгрота–Робертса [24] учитывается асимметрия информации. Укоренившаяся фирма назначает низкую цену не потому, что имеет большие производственные мощности, а потому, что пытается передать информацию о том, что либо спрос, либо ее предельные издержки низки, а следовательно, вход в отрасль малоприбылен.

Более подробно модели олигополии с барьерами входа рассмотрены Ж.Тиролем в [1], а также Д.Карлтоном и Дж.Перловым в [2].

#### *Грабительское ценообразование доминирующей фирмы*

Доминирующая фирма может использовать ценовую политику для создания барьеров входа и укрепления своего лидерства на рынке. С этой целью она готова даже пожертвовать краткосрочной прибылью, назначая цену на уровне, близком к средним издержкам. Для усиления монопольной власти доминирующая фирма может пойти еще дальше – назначить цену ниже уровня средних и даже средних переменных издержек, проводя политику грабительского (или «хищнического») ценообразования.

Грабительское ценообразование предусматривает назначение цены намного ниже средних издержек производства фирм конкурентного окружения. Для того чтобы при этом сама фирма-лидер не несла потери, она должна обладать значительным преимуществом в издержках. Для фирм-последователей политика грабительского ценообразования ведет к разорению и вытеснению с рынка. Эта политика может использоваться доминирующей фирмой для «расчистки» рынка, поглощения конкурентных фирм и превращения доминирующей фирмы в монополию.

Эффективность грабительского ценообразования зависит от соотношения средних издержек доминирующей фирмы и фирм-конкурентов, а также от высоты входа в отрасль. После вытеснения конкурентов с рынка отсутствие или низкий уровень барьеров входа приведет к проникновению на рынок новых конкурентов. Грабительское ценообразование в этом случае может превратиться в ценовую войну, не обеспечивающую доминирующей фирме прибыли в долгосрочном периоде. Грабительское ценообразование эффективно для фирмы тогда, когда выполнив свою задачу – устранение конкурентов, оно уступает место монополярной цене.

#### *Ограничения в использовании барьеров входа*

Несмотря на кажущуюся простоту ценообразования, ограничивающего вход, его применение на практике ставит перед фирмами ряд проблем, которые снижают эффективность этой политики как метода установления барьеров входа.

1. Доминирующая фирма должна точно оценить издержки как своего производства, так и производства потенциальных конкурентов, а также условия спроса (прежде всего ценовую эластичность рыночного спроса). Если доминирующая фирма переоценивает свое преимущество в издержках и назначает слишком низкую цену, вход будет предотвращен, но фирма потеряет какую-то часть прибыли. Если доминирующая фирма недооценит преимущество в издержках и назначит слишком высокую цену, проникновение новых фирм не будет предотвращено.

2. Для того чтобы ценообразование, ограничивающее вход, было эффективным, доминирующая фирма должна поддерживать величину выпуска в отрасли на соответствующем уровне. Фирма должна таким образом установить свой объем продаж, чтобы суммарный выпуск всех продавцов оказался в точности равен уровню, способному эффективно ограничить вход. Однако заранее определить не только свою рыночную долю, но и долю фирм-последователей чрезвычайно непросто, поскольку в отраслях существуют значительные расхождения в издержках производства между фирмами, а объем спроса никогда не бывает устойчивым в течение длительного периода.

3. Модель ценообразования, ограничивающего вход, исходит из того, что потенциальный конкурент полагает объем выпуска домини-

рующей фирмы неизменным. Однако на практике новая фирма может рассматривать случай, когда доминирующая фирма будет вынуждена сократить свой выпуск после проникновения конкурента в отрасль, особенно если новая фирма представляет собой крупный диверсифицированный концерн. В таком случае ценовая война является опасной и для доминирующей фирмы. Для предотвращения такой ситуации доминирующая фирма может назначить цену на уровне, максимизирующем краткосрочную прибыль, и попытаться предотвратить вход новых фирм с помощью угрозы снижения цены до ограничивающего уровня в случае их входа. Исход здесь решает способность доминирующей фирмы убедить потенциальных конкурентов в реальности осуществления угрозы. Это возможно, например, путем создания репутации агрессивного конкурента или использования преимуществ асимметрии информации в отношении внутренних условий отрасли – издержек производства, в первую очередь.

4. Ценообразование, ограничивающее вход, неэффективно в условиях быстро растущего спроса и в отраслях с высокой скоростью технологических инноваций, поскольку быстро меняющаяся окружающая среда не дает доминирующей фирме возможности адекватно определить уровень цены, ограничивающей вход. Кроме того, проникновение в такие отрасли часто преследует цель роста фирмы, а не прибыли как таковой, что делает цену менее значимым параметром экономической деятельности фирмы.

5. Существует асимметрия информации об издержках – отнюдь не очевидно, что действующая фирма знает структуру и уровень издержек на единицу продукции потенциальных конкурентов. В этом случае эффективность политики, ограничивающей вход, ставится под вопрос: чем больше фирма ошибется в определении издержек потенциального конкурента, тем выше возможность того, что она не сможет предотвратить его вход в отрасль. Тогда ограничивающее вход ценообразование будет гораздо менее эффективной политикой, нежели максимизация краткосрочной прибыли. С другой стороны, если потенциальные конкуренты хорошо информированы об уровне издержек действующей в отрасли фирмы, ей нет необходимости понижать цену для предотвращения входа: достаточно того, что фирмы-последователи верят в возможность этого.

В завершение представим на схеме (рис.12) классификацию основных рассмотренных в данном обзоре моделей количественной и ценовой олигополии, олигополии со сговором и олигополии с барьерами входа.

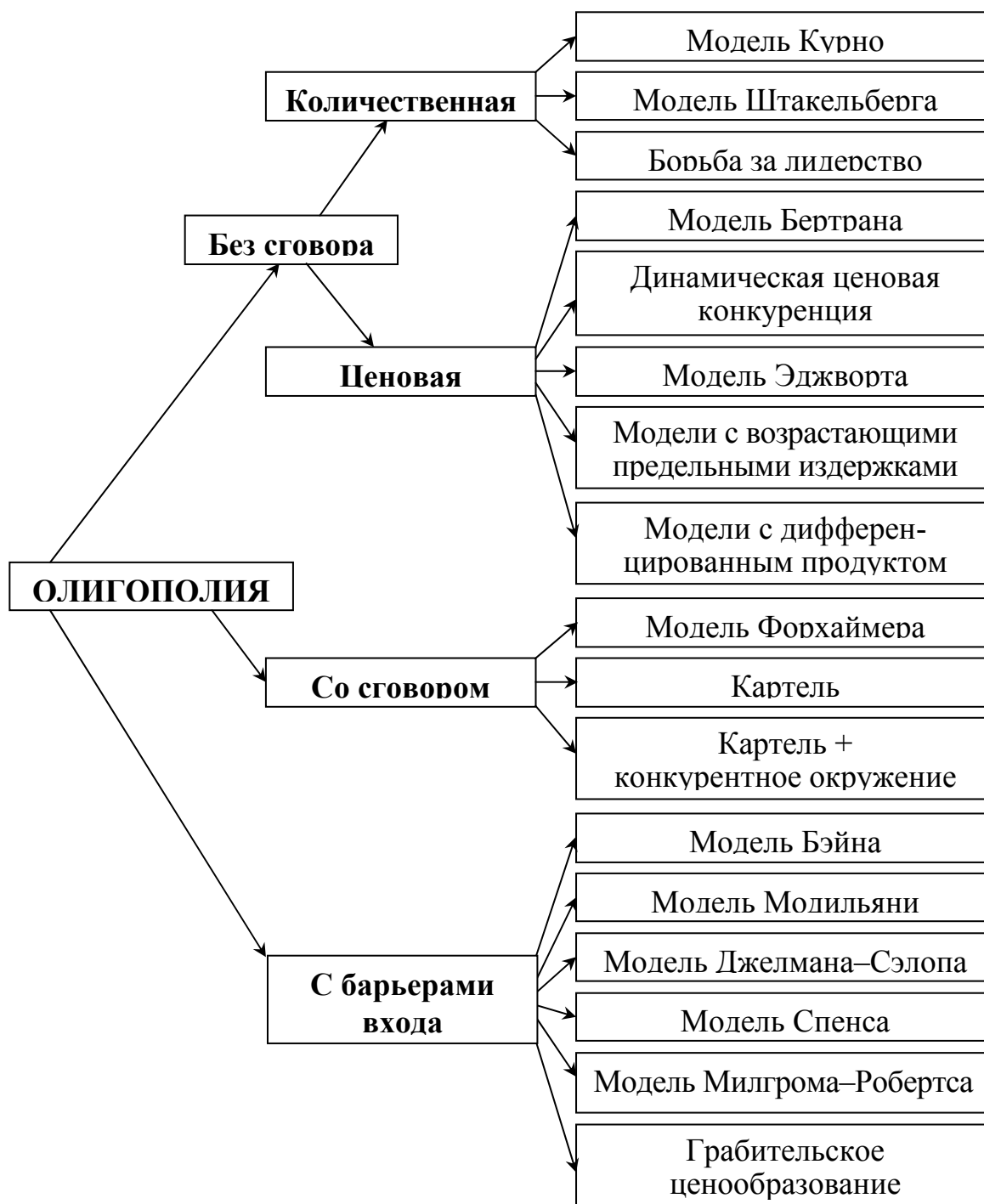


Рис.12. Классификация основных моделей олигополии.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. **Tirole J.** The Theory of Industrial Organization. – The MIT Press, 1994.
2. **Carlton D., Perloff J.** Modern Industrial Organization. – Addison-Wesley, 2000.
3. **Mas Colell A., Whinston M., Green J.** Microeconomic Theory. – Oxford University Press, 1995.

4. **Авдашева С.Б., Розанова Н.М.** Теория организации отраслевых рынков. – М.: Магистр, 1998.
5. **Вурос А.Д., Розанова Н.М.** Экономика отраслевых рынков. – М.: ТЕИС, 2000.
6. <http://ru.wikipedia.org/wiki/нефть> – ссылки на обширную статистику по нефтяному рынку
7. <http://www.eia.doe.gov/emeu/international/crude2.html> – цены на нефть с 1997 по 2008 г.г.
8. <http://www.gks.ru> – объемы добычи нефти в России
9. **Cournot A.** Recherches sur les Principes Mathematiques de la Theorie des Richesses. – 1838.
10. **Bertrand J.** Theorie Mathematique de la Richesse Sociale // Journal des savants. – 1883. – P.499–508.
11. **Axelrod R.** The Evolution of Cooperation. – Basic Books, 1984.
12. **Edgeworth F.** La Teoria Pura del Monopolio // Giornale Degli Economisti. – 1897. – №40. – P.13–31.
13. **Beckman M.** Edgeworth-Bertrand Duopoly Revisited // Operation Research-Verfahren, III. – Verlag, 1967.
14. **Levitan R. Shubik M.** Price Duopoly and Capacity Constraints // International Economic Review. – 1972. – V.13. – P.111–122.
15. **Hotelling H.** Stability in Competition // Ibid. – 1929. – V.39. – P.41–57.
16. **Salop S.** Monopolistic Competition with Outside Goods // Bell Journal of Economics. – 1979. – V.10. – P.141–156.
17. **Филатов А.Ю.** Модель ценовой олигополии с несовершенной эластичностью спроса // Теория и методы согласования решений. – Новосибирск: Наука, 2009 – С.130–145.
18. **Chamberlin E.** The Theory of Monopolistic Competition. – Harvard University Press, 1933.
19. **Филатов А.Ю.** Картель и конкурентное окружение: особенности рынка, зависимость экономических показателей от степени монопольной власти» // Методы исследования и моделирования технических, социальных и природных систем. – Новосибирск: Наука, 2004. – С.214–220.
20. **Bain J.** Barriers to New Competition. – Harvard University Press, 1956.
21. **Modigliani F.** New Development on the Oligopoly Front // Journal of Political Economy. – 1958. – V.66. – P.215-232.
22. **Gelman J., Salop S.** Judo Economics: Capacity Limitation and Coupon Competition // Bell Journal of Economics. – 1983. – V.14. – P.315–325.
23. **Spence M.** Capacity, Investment and Oligopolistic Pricing // Bell Journal of Economics. – 1977. – V.8. – P.534–544.
24. **Milgrom P., Roberts J.** Limit pricing and Entry under Incomplete Information // Econometrica. – 1980. – V.50. – P.443–460.