

# Учет неоднородности труда при моделировании монополистической конкуренции. Базовая модель \*

А.Ю. Филатов, Ю.М. Соколовский  
*ИГУ, ИСЭМ СО РАН, Иркутск*

alexander.filatov@gmail.com, sokolovskyyu@yandex.ru

## Аннотация

В работе построена модель монополистической конкуренции с CES-функцией полезности нижнего уровня для случая неоднородных фирм. Неоднородность возникает в связи с использованием фирмами рабочих различной квалификации. Исследованы свойства возникающего при этом равновесия.

На протяжении большей части XX века мотором международной торговли экономисты считали относительные преимущества стран в производстве какой-либо продукции, связанные с различиями в производительности труда (теория Рикардо) и запасах факторов производства (теория Хекшера-Олина). Следствием данного предположения является очевидный вывод: внешнеторговый оборот должен быть больше у непохожих стран. В то же время статистические данные (особенно в последние десятилетия) не подтверждают этого: в эпоху глобализации значительная доля торговли приходится на похожие между собой страны Европы и Северной Америки. При этом можно наблюдать двухсторонние потоки очень близких товаров-заменителей, и это никак нельзя объяснить неэффективностью рынка.

Выход был предложен в работах Авинаша Диксита, Джозефа Стиглица и Пола Кругмана. Первые двое разработали [1] современную модель монополистической конкуренции, основанную на функции полезности с постоянной эластичностью замены и возрастающей отдаче от масштаба.

---

\*Работа выполнена при финансовой поддержке Интеграционного проекта СО РАН "Полиструктурные математические модели экономики: теория, методы, прогнозы".

Суть модели заключается в том, что все фирмы производят собственную модификацию товара и продают ее (благодаря любви потребителей к разнообразию) по цене, превышающей предельные издержки. Число фирм (и модификаций товара) определяется из равенства прибыли нулю, что в частности, зависит от уровня постоянных издержек. Уровень цен, объемов производства, зарплат также определяются эндогенно. Пол Кругман в работах [2], [3] применил указанные идеи к теории международной торговли и исследовал полученные эффекты, оказавшиеся адекватными тому, что наблюдается в реальности.

В то же время случай одинаковых фирм не соответствует реалиям экономики. Поэтому логичным развитием DSK-модели стала модель Марка Мелица [4], в которой предполагается, что предельные издержки производства различаются для разных фирм. Наименее эффективные фирмы в модели Мелица не выдерживают конкуренции и уходят с рынка, наиболее эффективные – могут получать положительную прибыль. Данное исследование также будет базироваться на неоднородности фирм. При этом мы не будем разделять инвестиционные и постоянные издержки, как в модели Мелица, а ограничимся более простыми предположениями.

Рассмотрим экономику, состоящую из сельскохозяйственного (традиционного) сектора, в котором однородный продукт  $A$  производится с постоянной отдачей от масштаба и промышленного (современного) сектора, производящего  $n$  разновидностей горизонтально дифференцированного продукта  $M$  с возрастающей отдачей от масштаба. Пусть в экономике существует  $L$  потребителей, чьи предпочтения идентичны и задаются на верхнем уровне функцией полезности Кобба-Дугласа

$$u = M^\mu A^{1-\mu} \rightarrow \max \quad (1)$$

означающей, что долю  $\mu \in (0; 1)$  своего дохода они тратят на промышленный продукт, а долю  $(1-\mu)$  – на сельскохозяйственный. Функция полезности нижнего уровня имеет постоянную эластичность замены  $\sigma \in (1; +\infty)$ .

$$M = \left( \int_0^n (q(i))^{(\sigma-1)/\sigma} di \right)^{\sigma/(\sigma-1)} \quad (2)$$

При  $\sigma \rightarrow 1$  имеем функцию Кобба-Дугласа и на нижнем уровне. Разновидности дифференцированного продукта можно считать независимыми товарами, на каждый из которых вне зависимости от цены тратится фиксированная сумма. При  $\sigma \rightarrow +\infty$  получаем линейную функцию полезности, описывающую совершенные заменители. Все деньги рациио-

нально действующий потребитель будет тратить на самую дешевую из представленных разновидностей.

Обозначив суммарный доход всех потребителей за  $I$  и учитывая идентичность их предпочтений, получим, что при заданных ценах  $p(i)$  спрос  $q(i)$  на  $i$ -разновидность дифференцированного продукта находится как решение следующей задачи:

$$\int_0^n (q(i))^{(\sigma-1)/\sigma} di \rightarrow \max, \quad \int_0^n p(i) q(i) di = \mu I. \quad (3)$$

Выписав для задачи (3) функцию Лагранжа

$$\int_0^n (q(i))^{(\sigma-1)/\sigma} di + \lambda \left( \mu I - \int_0^n p(i) q(i) di \right) \rightarrow \max$$

и продифференцировав ее по  $q(i)$ , получим

$$(\sigma - 1) / \sigma (q(i))^{-\frac{1}{\sigma}} = \lambda p(i),$$

откуда выводится важное соотношение, связывающее объемы продаж с ценами

$$\frac{q(i)}{q(j)} = \left( \frac{p(j)}{p(i)} \right)^\sigma. \quad (4)$$

Пусть единственным фактором производства будет неоднородный труд (и являющийся причиной гетерогенности фирм), потребности в котором составляют

$$l(i) = f + c(i) q(i).$$

Здесь характеристика  $c(i)$  означает число рабочих, необходимое для производства единицы продукции  $i$ -фирмы. Если рабочий  $i$ -фирмы получает за свою квалификацию зарплату  $w(i)$ , суммарные издержки этой фирмы составят

$$TC(i) = w(i) l(i).$$

Каждая из фирм максимизирует свою прибыль:

$$\pi(i) = p(i) q(i) - w(i) (f + c(i) q(i)) = q(i) (p(i) - w(i) c(i)) - w(i) f \rightarrow \max_{p(i)}.$$

В силу большого числа участников рынка цена, установленная  $j$ -фирмой, не влияет на спрос  $i$ -фирмы. Тогда из (4) следует  $q(i) = const * p(i)^{-\sigma}$ . Подставим данное соотношение в функцию прибыли и сделаем ряд преобразований:

$$\pi(i) = const * p(i)^{-\sigma} (p(i) - w(i) c(i)) - w(i) f \rightarrow \max_{p(i)}$$

$$p(i)^{1-\sigma} - p(i)^{-\sigma} w(i) c(i) \rightarrow \max_{p(i)},$$

$$(1 - \sigma) p(i)^{-\sigma} + \sigma p(i)^{-\sigma-1} w(i) c(i) = 0, \quad \sigma w(i) c(i) = (\sigma - 1) p(i).$$

Следовательно, окончательная формулы для оптимальной цены будет иметь вид

$$p(i) = \frac{\sigma}{\sigma - 1} w(i) c(i). \quad (5)$$

В долгосрочном равновесии прибыль всех фирм равна нулю. Подставим найденное значение цены (5) в функцию прибыли

$$q(i) (p(i) - w(i) c(i)) - w(i) f = 0, \quad q(i) w(i) c(i) \left( \frac{\sigma}{\sigma - 1} - 1 \right) = w(i) f,$$

и получим оптимальный объем производства:

$$q(i) = \frac{f(\sigma - 1)}{c(i)}. \quad (6)$$

Используя соотношение цен и объемов

$$\frac{c(j)}{c(i)} = \frac{q(i)}{q(j)} = \left( \frac{p(j)}{p(i)} \right)^\sigma = \left( \frac{w(j) c(j)}{w(i) c(i)} \right)^\sigma,$$

найдем связь заработной платы с производительностью труда

$$\frac{w(i)}{w(j)} = \left( \frac{c(j)}{c(i)} \right)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}. \quad (7)$$

Из (6) также легко выводится, что, несмотря на неоднородность, размер каждой фирмы (по числу рабочих) будет одинаковым:

$$l(i) = f + c(i) q(i) = f + f(\sigma - 1) = f\sigma. \quad (8)$$

В базовом варианте модели все население  $L$  делятся на квалифицированных промышленных рабочих (их доля составляет  $\alpha_1$ , производительность  $c_1 = c$ ), неквалифицированных промышленных рабочих (доля  $\alpha_2$ , производительность  $c_2 = \gamma c$ ) и крестьян (доля  $1 - \alpha_1 - \alpha_2$ ). Также проведем нормировку относительно сельскохозяйственного сектора. Пусть производительность труда, зарплата и цена единицы продукции в нем равняются единице, а постоянные издержки производства отсутствуют:  $f_A = 0$ ,  $c_A = 1$ ,  $p_A = 1$ ,  $w_A = 1$ .

Тогда из формул (5)–(8) следует

$$p_1 = \frac{\sigma}{\sigma - 1} w_1 c, \quad p_2 = \gamma \frac{\sigma}{\sigma - 1} w_2 c,$$

$$q_1 = f(\sigma - 1)/c, \quad q_2 = f(\sigma - 1)/\gamma c,$$

$$w_1 = \gamma^{(\sigma-1)/\sigma} w, \quad w_2 = w, \quad l_1 = l_2 = f\sigma.$$

Также нетрудно отыскать число эффективных и неэффективных фирм на рынке, их выручку и издержки.

$$n_1 = \alpha_1 L / f\sigma, \quad n_2 = \alpha_2 L / f\sigma,$$

$$TR_1 = TC_1 = \gamma^{(\sigma-1)/\sigma} f\sigma w, \quad TR_2 = TC_2 = f\sigma w, \quad \pi_1 = \pi_2 = 0.$$

Равновесный уровень заработной платы можно отыскать исходя из баланса спроса и предложения в сельском хозяйстве. Сельскохозяйственные рабочие в количестве  $(1 - \alpha_1 - \alpha_2)L$  человек произведут  $(1 - \alpha_1 - \alpha_2)L$  единиц продукции. При этом население готово потратить на нее долю  $(1 - \mu)$  своего суммарного дохода, равного

$$W = \alpha_1 L w_1 + \alpha_2 L w_2 + (1 - \alpha_1 - \alpha_2)L * 1 = \alpha_1 L \gamma^{(\sigma-1)/\sigma} w + \alpha_2 L w + (1 - \alpha_1 - \alpha_2)L.$$

Учитывая единичную цену  $p_A = 1$ , приравняем спрос и предложение:

$$(1 - \alpha_1 - \alpha_2)L = (1 - \mu) (\alpha_1 L \gamma^{(\sigma-1)/\sigma} w + \alpha_2 L w + (1 - \alpha_1 - \alpha_2)L),$$

$$w = \frac{\mu}{1 - \mu} \frac{1 - \alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 \gamma^{(\sigma-1)/\sigma} + \alpha_2}.$$

Обозначив  $k_1 = \gamma^{(\sigma-1)/\sigma}$ , представим зарплату секторов в виде

$$w_1 = k_1 w = \frac{\mu}{1 - \mu} \frac{1 - \alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2 / k_1}, \quad w_2 = w = \frac{\mu}{1 - \mu} \frac{1 - \alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 k_1 + \alpha_2} \quad (9)$$

Сведем в таблице 1 информацию о влиянии параметров модели  $f, c, L, \gamma, \sigma, \alpha_1, \alpha_2, \mu$  на равновесные цены, объемы продаж, выручку и издержки, заработную плату, размер и число фирм в эффективном и неэффективном секторе. Здесь плюсами и минусами обозначены зависимости в форме прямой или обратной пропорциональности, стрелками – возрастающие или убывающие зависимости общего вида, точками – пары переменных, связь между которыми отсутствует.

Из таблицы видно, что рост постоянных издержек приводит к укрупнению фирм и сокращению их числа, но не влияет на цены, зарплаты и суммарные продажи. Увеличение переменных издержек, напротив, повышает цены и сокращает поставки фирм. Рост населения пропорционально увеличивает число фирм и разнообразие продукции, не влияя более ни на что. Увеличение различий между секторами приводит к сокращению производства неэффективного сектора, росту цен в обоих секторах и увеличению дифференциации заработных плат. Усиление взаимозаменяемости модификаций товара обостряет конкуренцию. Фирмы

Таблица 1: Влияние параметров модели на возникающее равновесие

	$p1$	$p2$	$q1$	$q2$	$TR1$	$TR2$	$w1$	$w2$	$n1$	$n2$	$l$
$f$	·	·	+	+	+	+	·	·	-	-	+
$c$	+	+	-	-	·	·	·	·	·	·	·
$L$	·	·	·	·	·	·	·	·	+	+	·
$\gamma$	↑	↑	·	-	↑	↓	↑	↓	·	·	·
$\sigma$	↓	↓	↑	↑	↑	↓↑	↑	↓	-	-	+
$\alpha1$	↓	↓	·	·	↓	↓	↓	↓	+	·	·
$\alpha2$	↓	↓	·	·	↓	↓	↓	↓	·	+	·
$\mu$	↑	↑	·	·	↑	↑	↑	↑	·	·	·

снижают цены и расширяют поставки продукции, увеличивается дифференциация зарплат. При этом обороты фирм неэффективного сектора изменяются немонотонно: сначала (разновидности можно считать независимыми товарами) падают, а затем (по мере приближения к совершенным заменителям) начинают расти. И, наконец, расширение одного из промышленных секторов роняет цены и зарплаты во всей промышленности, а рост спроса на мануфактурный товар действует противоположным образом.

## Список литературы

- [1] *Dixit A., Stiglitz J.* Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity // *American Economic Review.* – №67, 1977. – P.297–308.
- [2] *Krugman P.* Increasing Returns, Monopolistic Competition, and International Trade // *Journal of International Economics.* – №9, 1979. – P.469–479.
- [3] *Krugman P.* Scale Economies, Product Differentiation, and The Pattern of Trade // *American Economic Review.* – №70, 1980. – P.950–959.
- [4] *Melitz M.* The Impact of Trade on Intra-Industry Reallocations and Aggregate Industry Productivity // *Econometrica.* – №71, 2003. – P.1695–1725.