

## Заключение

Сформулируем кратко основные результаты диссертационной работы:

1. Разработан и теоретически обоснован новый класс полиномиальных алгоритмов решения задач линейного программирования - алгоритмы оптимизации в конусе скошенного пути, - являющийся обобщением и развитием алгоритмов оптимизации в конусе пути аналитических центров. Ключевой отличительной особенностью данного класса алгоритмов является то, что вычислительный процесс в них может начинаться с любых относительно внутренних точек множеств допустимых решений.

2. Предложенные алгоритмы реализованы в виде вычислительных программ. Проведено экспериментальное исследование, в результате которого установлено, что разработанные варианты алгоритмов, обладая полиномиальными оценками максимального объема вычислений, необходимых для получения решения пары взаимно-двойственных задач линейного программирования, близки по скорости к лучшим используемым на практике алгоритмам.

3. Показано, что на практике алгоритмы работают существенно лучше, чем это гарантируется имеющейся оценкой, что показывает значительное (до десятков раз) превосходство наиболее эффективных из них над исходным алгоритмом, действующим строго в соответствии с гарантированной оценкой.

4. Продемонстрировано, что, хотя наилучшие оценки достигаются при значении квадрата радиуса конуса скошенного пути  $\theta=0.5$ , на практике наиболее эффективны алгоритмы со значением  $\theta$ , близким к 0.9. Также перспективным оказывается использование более высоких степеней  $p$  в процессе решения вспомогательной задачи определения величины  $\lambda^k$ . Данные два вывода объединяет идея целесообразности расширения конуса скошенного пути, реализуемая двумя различными способами.

5. Разработана специальная вычислительная процедура для итеративного уменьшения коэффициента скошенности. На основе экспериментов показана ее высокая эффективность.

6. Осуществлены программная разработка и сравнительные экспериментальные исследования нескольких вариантов аффинно-масштабирующих алгоритмов (в том числе двух прямых, двух двойственных, а также впервые реализованного самосопряженного алгоритма). Проведенные эксперименты позволили выработать ряд рекомендаций по использованию этих вариантов алгоритмов.

7. Для решения систем линейных и (на базе итеративной линеаризации) нелинейных уравнений и неравенств с двухсторонними ограничениями на переменные разработаны и реализованы в виде вычислительных программ специальные модификации алгоритмов внутренних точек, эффективно учитывающие специфику задачи.

8. Показано, что предложенные алгоритмы позволяют быстро (обычно на первой итерации) идентифицировать случай несовместности линеаризованной системы уравнений и неравенств; в некоторых случаях существенно ускоряют получение решения линеаризованной системы в случае совместности ограничений; вырабатывают в качестве решения точку, более удаленную от границ допустимой области, что способствует уменьшению числа итераций линеаризации при решении исходной нелинейной задачи.

9. Предложенные алгоритмы апробируются на практической задаче определения допустимых режимов ЭЭС и внедряются в разрабатываемый в ИСЭМ СО РАН программно-вычислительный комплекс “СДО” управления режимами ЭЭС.

## Список литературы

1. Анциферов Е.Г., Булатов В.П. К полиномиальным методам в выпуклом программировании // Оптимизация: модели, методы, решения. Новосибирск: Наука, 1992, 359с.
2. Васильев Ф.П., Иваницкий А.Ю. Линейное программирование. М.: Факториал, 1998.
3. Войтов О.Н., Зоркальцев В.И., Филатов А.Ю. Исследование систем неравенств алгоритмами внутренних точек на задачах поиска допустимых режимов электроэнергетических систем. Иркутск: препринт СЭИ СО РАН, 1997, №10, 30с.
4. Голиков А.И., Евтушенко Ю.Г. Двойственный подход к решению систем линейных равенств и неравенств // Труды XII Байкальской международной конференции “Методы оптимизации и их приложения”, Пленарные доклады, Иркутск, 2001, с.91-99.
5. Грумбков Ю.О. Повышение эффективности расчетов установившихся режимов электроэнергетических систем // Известия АН СССР. Энергетика и транспорт, 1984, №3, с.30-38.
6. Данциг Дж. Линейное программирование, его применения и обобщения. М.: Прогресс, 1966, 600с.
7. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. М.: Наука, 1966, 664с.
8. Дикин И.И. Итеративное решение задач линейного и квадратичного программирования // Доклады АН СССР, 1967, том 174, с.747-748.
9. Дикин И.И. О сходимости одного итерационного процесса. В кн.: Управляемые системы. Вып.12. Новосибирск, ИМ СО АН СССР, 1974, с.54-60.

10. Дикин И.И., Зоркальцев В.И. Итеративное решение задач математического программирования (алгоритмы метода внутренних точек). Новосибирск: Наука, 1980, 144с.

11. Евтушенко Ю.Г., Жадан В.Г. Барьерно-проективные и барьерно-ньютоновские численные методы оптимизации (случай линейного программирования). М.: ВЦ РАН, 1992.

12. Евтушенко Ю.Г., Жадан В.Г. Релаксационный метод решения задач нелинейного программирования // Журнал вычислительной математики и математической физики, 1977, том 17, №4, с.890-904.

13. Евтушенко Ю.Г., Жадан В.Г. Численные методы решения некоторых задач исследования операций // Журнал вычислительной математики и математической физики, 1973, том 13, №3, с.583-597.

14. Еремин И.И. Теория линейной оптимизации. Екатеринбург: Екатеринбург, 1999, 312с.

15. Зоркальцев В.И. Алгоритмы оптимизации в конусе центрального пути // Журнал вычислительной математики и математической физики, 2000, том 40, №2, с.318-327.

16. Зоркальцев В.И. Итеративный алгоритм решения задачи линейного программирования. В кн. Алгоритмы и программы решения задач линейной алгебры и математического программирования. Иркутск, СЭИ СО АН СССР, 1978, с.77-89.

17. Зоркальцев В.И. Метод относительно внутренних точек. Сыктывкар: Коми филиал АН СССР, 1986, 18с.

18. Зоркальцев В.И. Методы прогнозирования и анализа эффективности функционирования системы топливоснабжения. М.: Наука, 1988, 144с.

19. Зоркальцев В.И. Самосопряженный алгоритм решения задач линейного программирования // Известия высших учебных заведений. Математика, 1994, том 391, №12, с.42-49.

20. Зоркальцев В.И., Нечаева М.С. Оптимизация в конусе центрального пути. Иркутск: препринт СЭИ СО РАН, 1995, №2, 24с.
21. Зоркальцев В.И., Филатов А.Ю. Исследование алгоритмов оптимизации в конусе центрального пути. Иркутск: препринт СЭИ СО РАН, 1997, №7, 50с.
22. Зоркальцев В.И., Филатов А.Ю. Новые алгоритмы оптимизации в конусе центрального пути // Дискретный анализ и исследование операций, 1999, том 6, №1, с.33-42.
23. Каганович Б.М., Филиппов С.П. Равновесная термодинамика и математическое программирование. Новосибирск: Наука, 1995, 236с.
24. Канторович Л.В. Математические методы организации и планирования производства. Л.: ЛГУ, 1939, 68с.
25. Крумм Л.А. Метод приведенного градиента при управлении энергетическими системами. Новосибирск: Наука, 1977, 368с.
26. Мурашко Н.А., Охорзин Ю.А., Крумм Л.А. и др. Анализ и управление установившимися состояниями электроэнергетических систем. Новосибирск: Наука, 1987, 240с.
27. Поляк Б.Т. Введение в оптимизацию. М.: Наука, 1983.
28. Пшеничный Б.Н. Метод линеаризации. М.: Наука, 1983.
29. Рокафеллар Р. Выпуклый анализ. М.: Мир, 1973, 470с.
30. Стецюк П.И. Об ускорении сходимости методов эллипсоидов // Труды XII Байкальской международной конференции “Методы оптимизации и их приложения”, том 1: “Математическое программирование”, Иркутск, 2001, с.61-66.
31. Тришечкин А.М. Метод расчета допустимых режимов электроэнергетических систем // Известия АН СССР. Энергетика и транспорт, 1984, №2, с.18-26.
32. Трошина Г.М. Об одном подходе к решению задачи минимизации

дефицита мощности в электроэнергетических системах (ЭЭС). В сб.: “Методические вопросы исследования надежности больших систем энергетики”, вып.15, Иркутск, 1978, с.34-43.

33. Фиакко А., Мак-Кормик Г. Нелинейное программирование. Методы последовательной безусловной оптимизации. М.: Мир, 1972, 240с.

34. Хачиян Л.Г. Полиномиальный алгоритм в линейном программировании // Доклады АН СССР, 1979, том 244, с.1093-1096.

35. Черников С.Н. Линейные неравенства. М.: Наука, 1968, 488с.

36. Шор Н.З. Методы отсечения с растяжением пространства для решения задач выпуклого программирования // Кибернетика, 1977, №1, с.94-95.

37. Adler I., Resende M., Veiga G., Karmarkar N. An implementation of Karmarkar's algorithm for linear programming problems // Mathematical programming, 1989, №44, pp.297-335.

38. Anstreicher K. A combined phase I - phase II scaled potential algorithm for linear programming // Mathematical programming, 1991, №52, pp.429-439.

39. Anstreicher K. Potential reduction algorithms. In Terlaky T., editor, Interior point methods of mathematical programming, pp.125-158, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands, 1996.

40. Barnes E. A variation on Karmarkar's algorithm for solving linear programming problems // Mathematical programming, 1986, №36, pp.174-182.

41. Farkas J. Theorie der einfachen Ungleichungen // J. Reine und Angewandte Mathematik, 1902, №124, pp.1-27.

42. Freund R. A potential-function reduction algorithm for solving a linear program directly from an infeasible “warm start” // Mathematical programming, 1991, №52, pp.441-466.

43. Freund R. A potential reduction algorithm with user-specified phase I - phase II balance for solving a linear program from an infeasible warm start // SIAM journal on optimization, 1995, №5, pp.247-268.

44. Freund R., Jarre F., Mizuno S. Convergence of a class of inexact interior-point algorithms for linear programs // *Mathematics of operation research*, 1999, №1, pp.50-71.
45. Frisch K. The logarithmic potential method for solving linear programming problems. Memorandum, University Institute of Economics, Oslo, 1955.
46. Gill P., Murray W., Saunders M., Tomlin J., Wright M. On projected Newton barrier methods for linear programming and an equivalence to Karmarkar's projective method // *Mathematical programming*, 1986, №36, pp.183-209.
47. Goldman A., Tucker A. Theory of linear programming // *Annals of mathematical studies*, 1956, №38, pp.53-97.
48. Gonzaga C. Polynomial affine algorithms for linear programming // *Mathematical programming*, 1991, №49, pp.7-21.
49. Huard P. Resolution of mathematical programming with nonlinear constraints by the method of centers. In Abadie J., editor, *Nonlinear programming*, Amsterdam, 1967, pp.207-219.
50. Jansen B., Roos C., Terlaky T., Vial J.-Ph. Primal-dual target-following algorithms for linear programming // *Annals of operations research*, 1996, №62, pp.197-231.
51. Karmarkar N. A new polynomial-time algorithm for linear programming // *Combinatorica*, 1984, №4, pp.373-395.
52. Kojima M., Megiddo N., Mizuno S. A primal-dual infeasible-interior-point algorithm for linear programming // *Mathematical programming*, 1993, №61, pp.263-280.
53. Kojima M., Mizuno S., Yoshise A. A polynomial-time algorithm for a class of linear complementarity problems // *Mathematical programming*, 1989, №44, pp.27-49.

54. Kojima M., Mizuno S., Yoshise A. A primal-dual interior point algorithm for linear programming. In Megiddo N., editor, Progress in mathematical programming: interior point and related methods. Springer Verlag, New York, 1989, pp.29-47.
55. Lustig I. A practical approach to Karmarkar's algorithm. System optimization laboratory technical report, 1985, №5.
56. Mascarenhas W. The affine scaling algorithm fails for stepsize 0.999. SIAM journal on optimization, 1997, №1, pp.34-46.
57. Megiddo N. Pathways to the optimal set in linear programming. In Megiddo N., editor, Progress in mathematical programming: interior point and related methods, Springer Verlag, New York, 1989, pp.131-158.
58. Monma C. Recent breakthroughs in linear programming method. Morristown, NJ: Bell communications research, 1989.
59. Monma C., Morton A. Computational experience with a dual affine variant of Karmarkar's method for linear programming // Operations research letters, 1987, №6, pp.261-267.
60. Monteiro R., Adler I. Interior path-following primal-dual algorithms. Part 1: Linear programming // Mathematical programming, 1989, №44, pp.27-49.
61. Paradimitriou C., Steiglitz K. Combinatorial optimization. Algorithms and complexity. Prentice-Hall, Inc, Englewood Cliffs, New Jersey, 1982.
62. Portugal L., Resende G., Veiga G., Judice J. A truncated primal-infeasible dual-feasible interior point network flow method. Technical report, AT&T Bell laboratories, Murray Hill, NJ, 1994.
63. Renegar J. A polynomial-time algorithm, based on Newton's method, for linear programming // Mathematical programming, 1988, №40, pp.59-93.
64. Resende M., Veiga G. An efficient implementation of a network interior point method. Manuscript, AT&T Bell laboratories, Murray Hill, NJ, 1992.



65. Roos K., Terlaky T., Vial J.-Ph. Theory and algorithms for linear optimization: an interior point approach. John Wiley & Sons, New Jersey, 1997, 480p.
66. Shanno D. Computing Karmarkar's projection quickly // Mathematical programming, 1988, №41, pp.61-71.
67. Terlaky T. Tsuchiya T. A note on Mascarenhas' counterexample about global convergence of the affine scaling algorithm // Applied mathematics and optimization, 1999, №40, pp.287-314.
68. Todd M. Combined phase I and phase II in a potential reduction algorithm for linear programming // Mathematical programming, 1993, №59, pp.133-150.
69. Todd M. Potential reduction algorithms in mathematical programming. Technical report 1112, School of operation research and industrial engineering, Cornell University, Ithaca, 1995.
70. Tomlin J. Experimental result with an implementation of the projective method. ORSA computer science technical section newsletter, 1985.
71. Tsuchiya T. Global convergence of the affine scaling methods for degenerate linear programming problems // Mathematical programming, 1991, №52, pp.377-404.
72. Vanderbei R., Meketon M., Freedman B. A modification of Karmarkar's linear programming algorithm // Algorithmica, 1986, №1, pp.395-407.
73. Von Neumann J. On a maximization problem. Manuscript, Institute for Advanced Studies, Princeton University, Princeton, NJ 08544, USA, 1947.
74. Ye Y. An  $O(n^3)$  potential reduction algorithm for linear programming // Mathematical programming, 1991, №50, pp.239-258.
75. Ye Y., Todd M., Mizuno S. An  $O(\sqrt{n})$ -iteration homogeneous and self-dual linear programming algorithm // Mathematics of operation research, 1994, №19, pp.53-67.